2001 年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

ネットワークフローの均衡配分を用いた道路網の評価

02701870 中央大学　＊吉本 敬　YOSHIMOTO Takashi
02202330 中央大学　島川 陽一　SHIMAKAWA Yoichi
01303730 中央大学　田口 東　TAGUCHI Azuma

1. はじめに

実際の道路網における混雑度の評価，建設予定の道路による影響の予測について様々な方法を用いた計算が行われている．筆者は，首都高速道路網における出発地目的地(OD)間交通需要調査を用いて計画中の道路が現状の道路網の混雑をどのように緩和するかという計算を行った．これは，Wardrop の第 1 原理に基づく利用者均衡配分によって，OD 交通需要を各道路に配分し，所要時間を計算するものである．各道路の通過時間を車の通過台数の関数(リンクパフォーマンス関数)として与え，各利用者が完全な情報を持ち，それぞれの最短経路を通って移動すると仮定して利用者均衡を導く．この手法は，利用者の選好に関するデータが不要であること，ネットワークの最小費用流問題として定式化が可能であり解を得易いという特長を持っている．

2. 計算例の紹介

図 1~3 は東名高速道路用賀料金所を出発点としたときの所要時間の等時間線を示した図である．図 1 は現状の道路網，図 2 は建設中である王子・新宿線を加えた場合，図 3 は品川線を加え中央環状線が完成したときの道路網である．また図 4 は環状線が完成した場合から品川線建設前の所要時間を引き，その差を表したものである．所要時間の単位は分である．図 4 をみると，有明･葛西方面の所要時間が大きく減少し，新路線の建設効果があらわれていることがわかる．しかし，わずかであるが川口，小菅と王子･新宿線を使う方面の所要時間が増大している．これは Braess' Paradox と呼ばれる現象である．

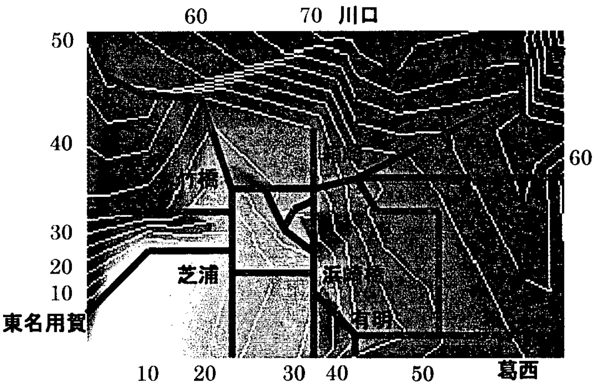

図 1　現状の所要時間の等時間線

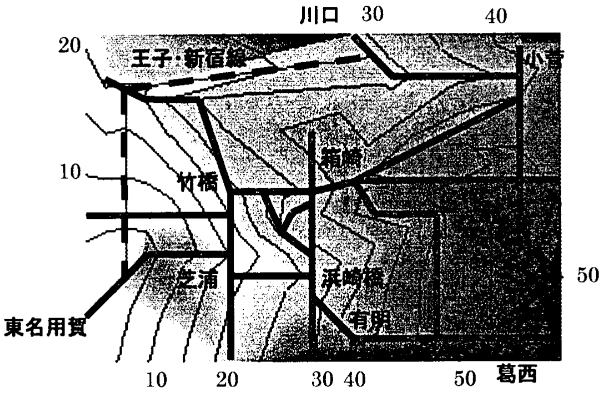

図 2　王子・新宿線を含む所要時間の等時間線

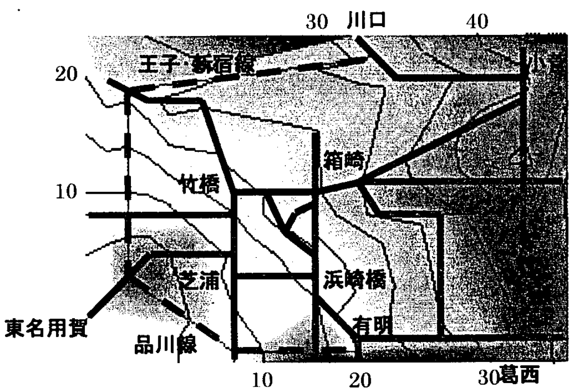

図 3　王子・新宿・品川線を含む所要時間の等時間線

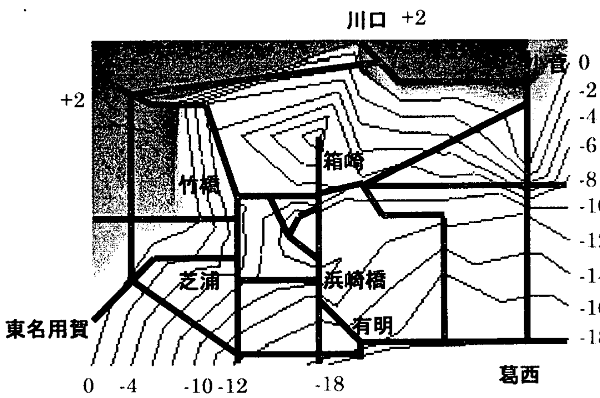

図 4　品川線建設前後の差分等時間線

3．均衡配分問題の解とネットワークの評価

上述の新路線建設前後の移動時間の差異は建設効果を予測するものであるが，ネットワークの構造を変化させたときの流れおよびポテンシャルの変化を表すものとみることができる．そこで，様々な箇所におけるネットワークの小さな変化，および OD 交通量の変化に対する流れ問題の解の変化量を調べることによって，どの部分に道路が不足しているのか，またどの方向へ通り難くなっているのかを分かり易く示す指標が得られると期待される．しかし，毎回あらためて問題を解き直すのではなく，最初のネットワークに対する解を用いて簡単に計算できるものであることが望ましい．以下では複数の OD がある利用者均衡配分問題を数理計画問題として定式化し，ネットワークに枝が 1 本追加されたことにともなって流れが微少量変化したと仮定したときの，解の変化量を導く．

4．問題の定式化と双対問題

点の集合 $N=\{v_a|a=1,\cdots,n\}$，枝の集合 $E=\{b_k|k=1,\cdots,m\}$からなるネットワーク G を考える．枝 b_k の流量を $f_k(\geq 0)$ とし，枝 b_k にかかるコストを $C_k(f_k)$とする．C_k は f_k の連続な単調増加関数であるとする．2 種類の OD 交通があるとし，F_1, F_2 を総流量，α_k, β_k を枝 b_k の流量，枝 b_1, b_2 を目的地から出発地へ流れを直接もどす枝とする．

$$\phi_k(\alpha_k+\beta_k)=\int_0^{\alpha_k+\beta_k} C_k(w)\mathrm{dw} \qquad (1)$$

とおくと，利用者均衡に基づく交通量配分問題は次のように定式化できる．

$$\min \quad \sum_{k=3}^{m} \phi_k(\alpha_k+\beta_k) \qquad (2)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^{m} d_{ak}\alpha_k=0 \qquad (a=1,\cdots,n) \qquad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m} d_{ak}\beta_k=0 \qquad (a=1,\cdots,n) \qquad (4)$$

$$\alpha_k \geq 0 \quad, \beta_k \geq 0 \qquad (k=3,\cdots,m) \qquad (5)$$

$$\alpha_1=F_1 \quad, \alpha_2=0 \qquad (6)$$

$$\beta_1=0 \quad, \beta_2=F_2 \qquad (7)$$

ここで d_{ak} を以下のように定義する．

$$d_{ak}=\begin{cases} -1 & \text{if 枝 } b_k \text{ の終点が点 } v_a \text{ のとき} \\ 1 & \text{if 枝 } b_k \text{ の始点が点 } v_a \text{ のとき} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

この問題に対して，流れ $\{\alpha_k\},\{\beta_k\}$に対するポテンシャルをそれぞれ $\{y_k\},\{z_k\}$ として双対問題を導くことができる．圧とポテンシャルの関係を

$$\sum_{a=1}^{n} d_{ak}y_a=h_k,\quad \sum_{a=1}^{n} d_{ak}z_a=s_k \qquad (8)$$

として表すことにすると，相補条件は以下を満たしている．

・$h_k=s_k$ の場合

$$h_k<C_k(0) \text{ ならば } \alpha_k=\beta_k=0 \qquad (9)$$

$$h_k\geq C_k(0) \text{ ならば } h_k=s_k=C_k(\alpha_k+\beta_k) \qquad (10)$$

・$h_k>s_k$ の場合

$$h_k<C_k(0) \text{ ならば } \alpha_k=\beta_k=0 \qquad (11)$$

$$h_k\geq C_k(0) \text{ ならば } h_k=C_k(\alpha_k+\beta_k),\ \beta_k=0 \qquad (12)$$

・$h_k<s_k$ の場合は上と同様．

5．評価指標の例

新しい枝 b_{m+1} を加えてできたネットワークを $\tilde{G}$ とする．枝 b_{m+1} を加える前後の均衡状態で使われている枝は同じであり，枝 b_{m+1} の流量 δ は微小であると仮定する．流れ $\{\alpha_k\}$ に注目する．$\alpha>0$ の枝だけ取り出し，その枝上の他の種類の流れは変化しないとする．記号の節約のためにすべての枝で $\alpha>0$ とし，$\tilde{G}$ 上での解を"$\tilde{\alpha}$"のように表すとして，以下の量を定義する．さらに $y_n=\tilde{y}_n=0$ とする

$$\Delta\alpha=(\tilde{\alpha}_3-\alpha_3,\tilde{\alpha}_4-\alpha_4,\cdots,\tilde{\alpha}_m-\alpha_m)^t,$$

$$\Delta h=(\tilde{h}_3-h_3,\tilde{h}_4-h_4,\cdots,\tilde{h}_m-h_m)^t,$$

$$\Delta y=(\tilde{y}_1-y_1,\tilde{y}_2-y_2,\cdots,\tilde{y}_{n-1}-y_{n-1})^t,$$

$$d_k=(d_{1k},d_{2k},\cdots,d_{n-1\,k})^t \qquad (k=1,\cdots,m+1),$$

$$D=(d_3,\cdots,d_m)$$

連続条件式(3)と，相補条件から次の関係を導くことができる．

$$D\Delta\alpha+d_{m+1}\delta=0 \qquad (13)$$

$$\Delta h=\mathrm{A}\Delta\alpha \qquad (14)$$

A は対角要素が $C'_k(\alpha_k+\beta_k)$である対角行列である．さらに式(8)を用いて圧をポテンシャルで表し，(13)(14)に代入することにより

$$\Delta y=-[DA^{-1}D^t]^{-1}d_{m+1}\delta \qquad (15)$$

を得る．これより，注目している OD 対のポテンシャル y の変化量がわかる．$\Delta y_1>0$ ならば枝 b_{m+1} を加えることによって目的地までの所要時間が増え，$\Delta y_1<0$ ならば所要時間が減る．さらに経路途中の地点までの所要時間の差，他の OD 対に対する同様の指標を容易に得ることができる．

6．参考文献

[1] Azuma Taguchi : Braess' paradox in a two-terminal transportation network, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.25, No.4, 1982.

[2] 島川　陽一，林　美沙，田口　東：首都高速道路の環状線建設による交通混雑の緩和予測，**オペレーションズ・リサーチ**,Vol.46,No.3,2001.

[3] 松井寛：**交通ネットワーク均衡分析－最新の理論と方法－**,土木学会,東京,1998.