2001年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

扇型都市における横断道路の最適配置モデル

02302690　慶應義塾大学　*田中健一　TANAKA Ken-ichi
01107680　慶應義塾大学　栗田　治　KURITA Osamu

1　はじめに

東京圏に代表されるような，都市域の一部が海によって切り取られている都市では，通行不可能な領域を跨ぐような移動が都心部を経由することになり，都心への交通集中の一因となっている．この問題の一つの解決策として，海上の横断道路建設(以下橋と呼ぶ)が考えられる．本研究では地理的制約を有する都市を扇形で記述し，通行不可能な領域に直線状の橋を敷設する問題を考える．具体的には，都市領域内に一様に分布する起・終点間を最短経路で移動するものと仮定し，橋の利用者数を定式化し，移動距離の平均ならびに分散を最小化するような橋の建設位置について議論する．

2　モデルの仮定

無限に稠密な放射･環状道路網を有する半径R，中心角$\theta(>4\mathrm{rad})$の扇形の都市領域を想定する．都市領域内の任意の地点を扇形の中心を原点とする極座標系(z,ψ)で表し，$(r,0)$，(r,θ)を両端とする直線状の橋を設ける(図1)．移動を行う主体は放射･環状道路網を(橋も含めて)最短経路で移動するものと仮定する．移動の起･終点の座標を，P及びQとし，起点ならびに終点の密度を$\lambda(P)$及び$\mu(Q)$と表わすことにする．

3　橋利用者数の定式化

橋利用者数$n_{\mathrm{b}}(r)$を算出する．ある起点Pから，橋を用いた場合に移動距離が小さくなる終点Qの集合の一例を，図1に表わす(図中の太線で囲まれた領域)．$n_{\mathrm{b}}(r)$は都市領域内に発生する総トリップ数Nを用いて，

$$n_{\mathrm{b}}(r)=N\cdot\iint_B \lambda(P)\mu(Q)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q \qquad (1)$$

と表し，(1)式を満たすように$\lambda(P)$及び$\mu(Q)$を設定する．Bは橋を利用する起・終点のペアの集合である．本稿では，$\lambda(P)$ならびに$\mu(Q)$は，都市領域内で一様かつ独立に分布するものと仮定する．(1)式の積分を具体的に行うと，橋利用者数$n_{\mathrm{b}}(r)$は以下の通りとなる：

$$n_{\mathrm{b}}(r)=\frac{8\{1-\sin(\theta/2)\}^2N}{\theta^2}(a_1r^4+a_2r^2+a_3). \qquad (2)$$

ただし，a_1,a_2,a_3は以下の通りに定めた：

$$a_1=\frac{\{1+4\sin(\theta/2)-\cos\theta\}}{12R^4}, \qquad (3)$$

$$a_2=-\frac{\{1+2\sin(\theta/2)\}}{3R^2}, \qquad (4)$$

$$a_3=\frac{1}{2}. \qquad (5)$$

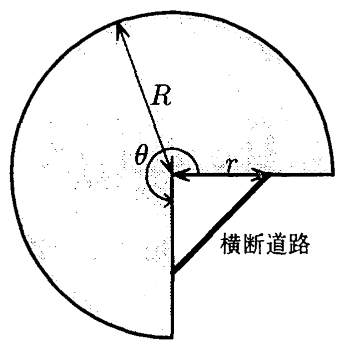

図1: 扇形の都市モデル.

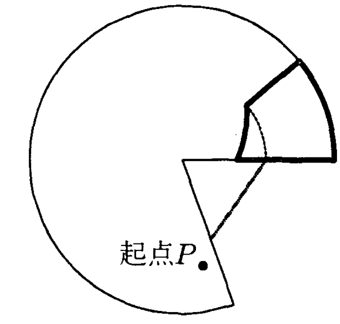

図2: 橋を用いた方が有利な領域.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

4 移動距離の平均ならびに分散

平均移動距離 $\bar{l}(r)$ を算出する．橋を用いる移動を行う起・終点のペアの集合を B，それ以外の集合を D と表わす．$\bar{l}(r)$ は橋を利用する場合の移動距離 $l_{\mathrm{b}}(r)$，利用しない場合の移動距離 $l_{\mathrm{d}}(r)$ を用いて以下のように定式化される：

$$\begin{aligned}\bar{l}(r) = & \iint_B l_{\mathrm{b}}(r)\lambda(P)\mu(Q)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q \\ & + \iint_D l_{\mathrm{d}}(r)\lambda(P)\mu(Q)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q. \qquad (6)\end{aligned}$$

(6) 式の計算を具体的に行うことにより $\bar{l}(r)$ は以下の通りに導出される：

$$\bar{l}(r) = b_1 r^5 + b_2 r^3 + b_3 r + b_4. \qquad (7)$$

ただし，b_1, b_2, b_3, b_4 は以下の通りに定めた：

$$b_1 = \frac{4\{1-\sin(\theta/2)\}^3\{\cos\theta - 6\sin(\theta/2) - 3\}}{15R^4\theta^2}, \quad (8)$$

$$b_2 = \frac{8\{1-\sin(\theta/2)\}^3\{1+\sin(\theta/2)\}}{3R^2\theta^2}, \qquad (9)$$

$$b_3 = -\frac{8\{1-\sin(\theta/2)\}^3}{3\theta^2}, \qquad (10)$$

$$b_4 = \frac{4R(15\theta^2 - 24\theta + 16)}{45\theta^2}. \qquad (11)$$

移動距離の分散 $V(r)$ は，距離の二乗を集合 B，D 上で計算し，平均移動距離 $\bar{l}(r)$ の二乗を減ずることにより，r に関する 10 次式として算出される (紙面の制約上具体的な形は省略する)．

表 1 に橋の建設位置と，$\bar{l}(r)$，$V(r)$ の特性値の関係を示す (R=10[km], N=[10 万トリップ], $\theta = \frac{3\pi}{2}$)．ここで，r^*，r^{**} はそれぞれ $\bar{l}(r)$，$V(r)$ の最小値を与える橋の建設位置である．図 3，4，5 に $n_{\mathrm{b}}(r)$，$\bar{l}(r)$，$V(r)$ のグラフを示す．

$n_{\mathrm{b}}(r)$ は都心中心に近いほど増加する．

表 1: 橋の建設位置と移動距離の特性値.

平均 $\bar{l}(r)$	分散 $V(r)$
r^*=4.83[km]	r^{**}=5.77[km]
$\bar{l}(r^*)$=9.44[km]	$V(r^{**})$=19.91[km^2]
$n_{\mathrm{b}}(r^*)$=1017[人]	$n_{\mathrm{b}}(r^{**})$=826[人]

$\bar{l}(r)$，$V(r)$ は共に都心中心からある程度離れた場所で最小値をとるが，$r^* < r^{**}$ なる関係を見て取ることができる．

5 まとめ

地理的制約を有する都市における横断道路の配置問題を定式化し，いくつかの大胆な仮定の下に，橋利用者数，移動距離の平均ならびに分散を解析的に導出することに成功した．本研究から得られた結果は，今後，より詳細なモデルを作成する上での基礎になると考える．

参考文献

[1] 岡本貴章 (1999)：橋の適正配置モデル－駅構内連絡通路の設計・評価への応用－，慶應義塾大学理工学研究科管理工学専攻修士論文.

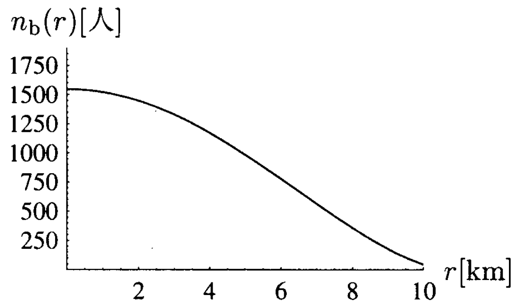

図 3: 橋利用者数 $n_{\mathrm{b}}(r)$.

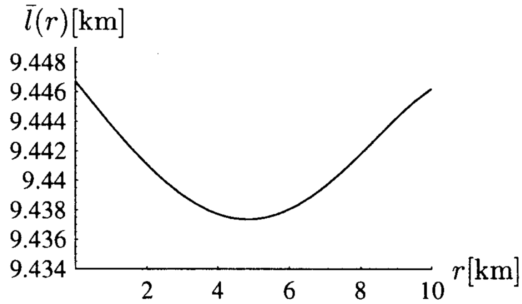

図 4: 平均移動距離 $\bar{l}(r)$.

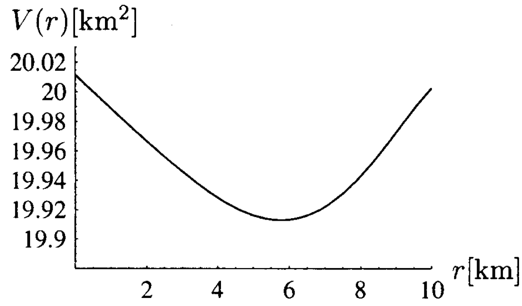

図 5: 移動距離の分散 $V(r)$.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．