2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

野球における勝負強さの測定の研究

02302603　南山大学　武井貴裕　TAKEI Takahiro
入会申請中　南山大学　瀬古　進　SEKO Susumu
01010463　南山大学　*穴太克則　ANO Katsunori

平成 12 年 7 月 31 日

1　はじめに

チャンスでの強さを図る野球の打者評価指標を得点圏打率を考慮することによって導出する．また，得点圏打率を組み入れた最適打順決定モデルを考察する．勝負強い打者の打順への影響を考える．日本プロ野球チームでの数値例を与える．

2　得点圏打率を加味した打者評価モデル (COERA)

2.1　はじめに

COERA 値は，「一人の打者が常に打席に立ち，9 イニング攻撃したと仮定して何点の得点が期待できるか」を基準とする．そのために，まず凡打，単打，二塁打，三塁打，本塁打，四死球，盗塁，盗塁死，に対してアウトカウントとランナーの状態がどのように推移するかの規則を明確にしておく．

2.2　状態，進塁の規則，打撃と盗塁に関する確率

状態　それぞれの状態を表 1 のように定義する．

表 1: 状態

ランナー	なし	一塁	二塁	三塁
ノーアウト	1	2	3	4
ワンアウト	9	10	11	12
ツーアウト	17	18	19	20
スリーアウト	0			
ランナー	一二塁	一三塁	二三塁	満塁
ノーアウト	5	6	7	8
ワンアウト	13	14	15	16
ツーアウト	21	22	23	24
スリーアウト	0			

進塁の規則　(1) 犠打はすべて計算されない．(2) エラーはアウトとして計算される．(3) アウトによってランナーは進塁しない．(4) 単打は一塁ランナーを三塁に進塁させ，二塁ランナーと三塁ランナーをホームへ生還させる．(5) 二塁打と三塁は一塁ランナー，二塁ランナー，三塁ランナーすべてををホームへ生還させる．(6) 盗塁の試みは 1 回とする．すなわち二盗と三盗，三盗と本盗というように 2 回続けては盗塁しない．

状態空間を S とすると $S = 0, 1, ..., 24$ であり，スリーアウトを 0，ノーアウトランナーなしを 1，ノーアウトランナー一塁を 2，ツーアウト満塁を 24 とする．スリーアウトは吸収状態となる．打撃と盗塁という行動により状態が推移する．打撃と盗塁に関する確率を以下に定義する．

打撃と盗塁に関する確率　${p_a}^{\alpha} = P_r$(得点圏における凡打)，${p_a}^{\beta} = P_r$(被得点圏における凡打)，${p_{B1}}^{\alpha} = P_r$(得点圏における四死球で二盗失敗)，${p_{B1}}^{\beta} = P_r$(被得点圏における四死球で二盗失敗)，$\cdots$ ${p_9}^{\alpha} = P_r$(得点圏における三塁打して本盗成功)，${p_9}^{\beta} = P_r$(被得点圏における三塁打して本盗成功)，${p_{10}}^{\alpha} = P_r$(得点圏における本塁打)，${p_{10}}^{\beta} = P_r$(被得点圏における本塁打)．ちなみに，$p_B = p_{B1} + p_{B2} + p_{B3} = P_r$(四死球) となる．

推移確率行列　推移確率行列 $P = (P_{ij}) = p(j|i)$，$i, j = 0, 1, ...24$ は次のようになる．

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ T & Q \end{bmatrix}$$

$(r-1)!\sum_{i=0}^{r-1}(n+i-1)!/i!$, for $r=1,2,\cdots$, $U_j(s)$ becomes

$$
\begin{aligned}
U_j(s) &= E\left(\frac{j}{N(T)}\,\middle|\, S_j=s\right) \\
&= \sum_{n\geq j}\left(\frac{j}{n}\right)P(N(T)=n|S_j=s) \\
&= \frac{j(r-1)!}{(j+r-1)!}\sum_{i=0}^{r-1}\frac{(j+i-1)!}{i!}\theta^{r-i},
\end{aligned}
$$

where $\theta=(s+a)/(T+a)$. In particular, for $r=1,2,3$, we have $U_j(s)=\theta$ for $r=1$, $U_j(s)=\theta(j+\theta)/(j+1)$ for $r=2$ and $U_j(s)=\theta(2j(j+1)+2j\theta+\theta^2)/((j+1)(j+2))$ for $r=3$.

Since the distribution of the interarrival time of the Poisson process is Gamma distribution, the posterior distribution of λ, given $S_j=s$, can be calculated. The conditional probability that the $(j+k)$th option is the first relatively best option among $(j+k)$ options after the jth option, which was the relatively best one among j options, is $j/((j+k-1)(j+k))$. Thus the one-step transition probability $p_{(j,s)}^{(k,\mu)}$ is given by

$$
\begin{aligned}
p_{(j,s)}^{(k,\mu)} &= \frac{\Gamma(j+k+r)}{\Gamma(k)\Gamma(j+r)}\frac{j}{(j+k-1)(j+k)} \\
&\quad\times\frac{s+a}{(s+a+\mu)^2}\left(\frac{s+a}{s+a+\mu}\right)^{j+r-1} \\
&\quad\times\left(\frac{\mu}{s+a+\mu}\right)^{k-1}.
\end{aligned}
$$

Then we get

$$
V_j(s)=\int_0^{T-s}\sum_{k\geq 1}p_{(j,s)}^{(k,\mu)}W_{j+k}(s+\mu)d\mu.
$$

By the principle of optimality, we have

$$
W_j(s)=\max\{U_j(s),V_j(s)\}, j=1,2,\cdots,\ 0<s\leq T,
$$

with $W_j(T)=1$ for $j=1,2,\cdots$. The one-stage look-ahead stopping region B is given by

$$
B=\{(j,s):G_j(s)\geq 0\}
$$

where

$$
G_j(s)\equiv U_j(s)-\int_0^{T-s}\sum_{k\geq 1}p_{(j,s)}^{(k,\mu)}U_{j+k}(s+\mu)d\mu.
$$

Define $h_j(s)$ as

$$
h_j(s)\equiv (j+1)\frac{T+a}{s+a}G_j(s);
$$

then B can be rewritten as $B=\{(j,s)\ :\ h_j(s)\geq 0\}$.

When the parameter r of the Gamma prior density of λ is 2, that is, $G(2,1/a)$, we have

$$
U_j(s)=\frac{1}{j+1}\frac{s+a}{T+a}\left(j+\frac{s+a}{T+a}\right).
$$

Therefore, we can write the one-stage look-ahead stopping region B as

$$
B=\left\{(j,s):H_j\left(\frac{s+a}{T+a}\right)\geq 0\right\},
$$

where $h_j(s)=H_j(t)=j(1+\ln t)+t\ln t+2t-1$ and $t=(s+a)/(T+a)$.

Theorem 3. Suppose that the prior density of the intensity of the Poisson process is Gamma with parameters 2 and $a>0$. Then the problem with Gamma prior density is monotone. The optimal strategy is to accept the jth option which arrives after time s_j^* if the option is the first relatively best option(if any), where s_j^* is nonincreasing sequence of j and is determined by the unique root of the equation $h_j(s)=0$.

Acknowledgments

The original problem with the general $r>1$ was proposed by Professor Thomas Ferguson. The author would like to express his special thanks to Professor Thomas Ferguson for his suggestion on the derivation of $U_j(s)$ in Section 3. Also he thanks to Dr. Zdzislaw Porosinski for his suggestion on the equation $H_j(t)=0$.

References

1. Ano, K., Optimizing Multiple Selections with Sequential Observations, *RIMS, Kokyu-Roku, Kyoto Univ.* No. 899, 189-201, 1995.

2. Ano. K., *Mathematics of Timing – Optimal Stopping Problem*, in Japanese, Asakura Publ. 2000.

3. Bruss, F. T., On an Optimal Selection Problem of Cowan and Zabczyk, *J. Appl. Prob.*, Vol.24, 918-928, 1987.

4. Chow, Y. S., Robbins, H. and Siegmund, D., *Great Expectations: The Theory of Optimal Stopping*, Houghton Miffilin Co., Boston, 1971.

5. Cowan, R. and Zabczyk, J., An Optimal Selection Problem Associated with the Poisson Process, *Theory Prob. Appl.*, Vol.23, 584-592, 1978.

6. Presman, E. L. and Sonin, I. M., The Best Choice Problem for a Random Number of Objects. *Theory Prob. Appl.*, Vol.17, 657-668, 1972.