2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

除外変数に起因するバイアスの影響を考慮した空間的相互作用モデルのモンテカルロシミュレーションを用いた比較

申請中　東京工業大学　久米　達也　KUME　Tatsuya
01506880　東京工業大学　樋口　洋一郎　HIGUCHI　Yoichiro

1.研究の背景と目的

従来、人•物•情報などの空間的な移動量を示す OD データを用いた研究では、空間的相互作用モデル[1]が多く用いられてきた。しかし、従来のパラメータの推定法では、除外変数(omitted variable，2-2 節参照)が存在する状況下で放出性•吸収性•分離性の 3 つの要因を一括で推定してしまうために、互いにバイアスを生じさせている可能性がある。

そこで本研究では Sen(1981)のオッズ比法を取り上げ、その方法を用いることで放出性•吸収性に除外変数があった場合でも、そのバイアスが分離性には生じないことをモンテカルロシミュレーションにより実証することを目的とする。

2.既存の推定法とその問題点

2-1.推定法の説明

本研究では空間的相互作用モデルの一般的なものとして、重力モデル、すなわち放出性と吸収性、分離性の 3 要因の積からなるものを用いる。

(1) $T_{ij} = kX_i^{\alpha} Y_j^{\beta} d_{ij}^{\gamma} \exp \varepsilon_{ij}$

なお、T_{ij} は i, j 間のトラフィック、X_i は放出性、Y_j は吸収性、d_{ij} は i, j 間の直線距離であり、k は定数項である。また、ε_{ij} は $(0,\sigma^2)$ の正規分布に従う攪乱項である。そして推定法については、対数線形回帰、二重制約推定を取り上げる。対数線形回帰に関しては(1)式を以下のように両辺対数化し、

(2) $\log T_{ij} = \log k + \alpha \log X_i + \beta \log Y_j + \gamma \log d_{ij} + \varepsilon_{ij}$

と変形し、OLS によって各パラメータを推定する。

二重制約推定は以下のように定式化される。

$$
(3)\quad \begin{aligned} T_{ij} &= A_i O_i B_j D_j d_{ij}^{\gamma} \\ \sum_j T_{ij} = O_i &\quad \sum_i T_{ij} = D_j \end{aligned}
$$

なお、A_i, B_j は均衡因子、O_i, D_j はそれぞれ、発地総量、着地総量である。このモデルではまず、A_i, B_j に適当な初期値を与え、最尤法により γ を推定する。次に(2)式下段部の 2 つの制約条件から、

$$
(4)\quad A_i = \frac{1}{\sum_i B_j D_j d_{ij}^{\gamma}} \qquad B_j = \frac{1}{\sum_i A_i O_i d_{ij}^{\gamma}}
$$

を導出し、この 2 つの関係式から A_i, B_j が収束するまで繰り返し計算を行う。収束が確認できればその結果を初期値として最尤法により γ を推定し、収束が確認されなければ、再度 A_i, B_j の収束計算を行なう。この一連のフローを γ、A_i, B_j の全てが収束するまで繰り返すことで最終的な推定結果が得られる。推定後に $A_i O_i, B_j D_j$ をそれぞれ X_i, Y_j で対数線形回帰し、放出性•吸収性のパラメータ推定値とする。本研究では、本節で説明した推定法を従来型と呼ぶ。

2-2.従来型の問題点

前節で説明したモデルの OLS 推定の際、注意すべき点として、1 章でも述べた除外変数の影響がある。

これは真のモデルに組み込むべき変数が、推定モデルに組み込まれていないときに、他の推定パラメータにバイアスを生じさせるという問題である。

特に空間的相互作用モデルでは、地域ごとの特徴を示す放出性•吸収性、2 地域間の関係から決まる分離性とがあり、上述した問題は、性格の違うこの 3 要因相互間でバイアスを生じさせていると考えられる。

そこでその対処法について研究した Sen(1981)を参考にして、これらの放出性•吸収性と分離性を分解した上でそれぞれのパラメータを推定する方法について以下に説明する。

2-3.Sen(1981)の方法

Sen(1981)はその論文の中でオッズ比法と呼ばれる推定法を提案している。重力モデルにおけるトラフィック T_{ij} に対して以下のオッズ比をとれば、

$$
(5)\quad \frac{T_{ij}T_{ji}}{T_{ii}T_{jj}} = \left(\frac{d_{ij}d_{ji}}{d_{ii}d_{jj}} \right)^{\gamma} \exp\left(\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji} - \left(\varepsilon_{ii} + \varepsilon_{jj}\right)\right)
$$

のようなモデルが導出でき、最小 2 乗法により γ を推定できる。これは、仮に分離性が 2 地域間の距離のみで与えられるとした場合(分離性には除外変数がないと仮定した場合)に、放出性もしくは吸収性に除外変数があっても、分離性のパラメータ推定値にはバイアスが生じないという事に他ならない。

ただしここで注意しなければならないのは、(1)式から導かれるオッズ比には対数正規誤差が乗じられているのだが、(3)式では誤差がモデル内に想定されていない。そこで、今回は(3)式から導かれたものについても(5)式のような対数正規分布に従う攪乱項を仮定し、対数変換後 OLS によって γ を推定する。本研究では以上の論点についてモンテカルロシミュレーションを用いて比較•考察する。

---

[1] 石川(1988)によれば、空間的相互作用モデルとは、一般的に地域ごとの放出性と吸収性、二地域間の分離度を示す分離性の 3 要因からなるものとしている。

3.モンテカルロシミュレーションによる各法の比較

本章では2-3節で説明したオッズ比法を用いる事で、分離性のパラメータ推定値が、放出性•吸収性の除外変数に起因するバイアスを受けないということを、モンテカルロシミュレーションを用いることによって定量的に示す。

3-1.擬似的データ発生メカニズム

本研究ではオッズ比法と従来型とで、距離パラメータの推定値にどのような違いが生じるかに焦点を絞って議論するため、空間的相互作用データの発生メカニズムは以下のように極めて簡素なものにしている。

(6) $$T_{ij} = k \cdot P_i^{\alpha_1} \cdot G_i^{\beta_1} \cdot P_j^{\alpha_2} \cdot G_j^{\beta_2} \cdot d_{ij}^{\gamma} \cdot \exp\varepsilon_{ij}$$

P_i, P_j :発地•着地の人口　G_i, G_j :発地•着地の一人当たり県民所得(以下それぞれ、発地所得、着地所得)

(6)式のようなモデルを設定する。ここで撹乱項ε_{ij}を正規発生させることで、擬似的な空間的相互作用データが得られる。発生の分散は3通り設定した。表1は各設定パラメータ値(真値)である。

表1　設定パラメータ値

	α_1	α_2	β_1	β_2	γ
パターンA	1.4	1.6	**2.0**	2.5	-2.0
パターンB	1.4	1.6	**-2.0**	2.5	-2.0

以上のようにして得られたデータを、2-1節で説明した2つの推定法、従来型とオッズ比法、2つの設定パラメータ、そして3パターンの分散、つまり2×2×2×3＝24通りのシミュレーションを行なう。また、対数線形回帰を行なう際には、放出性•吸収性における一人あたり県民所得を除外変数とする。二重制約推定については、推定後にA_iO_i, B_jD_jをそれぞれP_i, P_jで対数線形回帰することから、放出性•吸収性における県民所得が除外変数である状況とみなせる。このような設定をすることで放出性•吸収性の除外変数に起因するバイアスが、距離項の推定パラメータにどのような影響を及ぼすのかが観察できる。

3-2.分析結果の考察

表2は分散を最も小さく設定した時のシミュレーション結果をまとめたものである。なお、それぞれ1000回試行した。

パターンAから考察する。対数線形回帰について従来型とオッズ比法を比較すると、距離パラメータについて従来型は有意水準1%で真値-2.0からは離れており、バイアスのある推定をしていることがわかる。一方、オッズ比法では精度(標準偏差)は従来型に劣るものの、期待値はほぼ-2.0であるため、除外変数に起因するバイアスはないと言える。

二重制約推定での距離パラメータに関しては、従来型が極めて精度の悪い推定法であるといえる。一方、オッズ比法では、期待値•精度とも優れた結果を示した。

発地•着地人口のパラメータ期待値についてみてみると、対数線形回帰についてはそれほど大きな違いは見られないが、二重制約推定における精度ではオッズ比法は従来型よりも劣っていることがわかる。

次に発地所得の設定値を2.0から-2.0へ変化させたパターンBについて考察する。まず、4つの推定全てに言えることだが、パターンAの推定値と比べると発地人口のパラメータが負の方向へシフトしていることがわかる。これは、上述の通り設定を変更した発地所得のバイアスの影響であると考えられる。

次に距離パラメータであるが、オッズ比法について、その推定値にはパターンAと同様、除外変数に起因するバイアスがないといえる。

今回の分析では、空間的相互作用における従来の推定法が、放出性•吸収性に除外変数がある場合に、分離性の推定値にバイアスを生じさせていることを観察し、オッズ比法がその問題に対し有効な手段であることも確認した。

4.結論と今後の課題

本研究では、オッズ比法を用いることは放出性•吸収性に除外変数があった場合、分離性に対するバイアスを取り除くのに有用であることを、モンテカルロシミュレーションによって実証的に明らかにした。

今回の分析では放出性•吸収性に起因するバイアスが分離性の推定パラメータに与える影響について分析したが、放出性•吸収性間でのバイアスの影響など、まだまだ課題として残されている点は多い。その具体的な解決方法としては、各要因を完全に分解できる樋口(1999)のオッズ比分解法を用いることが考えられる。

主要参考文献

石川義孝(1988)「空間的相互作用モデル」地人書房

樋口洋一郎•島根哲哉(2000)「ORDEC－Ⅲ:空間的相互作用の発生の確率過程に注目し改良されたオッズ比分解法とその精度の検討」応用地域学研究, vol.5.(掲載予定)

Sen, Asish and Siim Sööt (1981) "Selected procedures for calibrating the generalized gravity model" , *Papers of the regional science association*, vol.48, pp.165-176.

表2　シミュレーション結果

		対数線形回帰-従来型			対数線形回帰-オッズ比法			二重制約推定-従来型			二重制約推定-オッズ比法		
パターンA		距離	発地人口	着地人口	距離	発地人口	着地人口	距離	発地人口	着地人口	距離	発地人口	着地人口
	期待値	-2.1082	1.6276	1.8849	-2.0014	1.6298	1.8871	-2.2196	1.6806	1.9179	-2.0014	1.0487	1.8634
	標準偏差	0.0207	0.0236	0.0231	0.0503	0.0238	0.0234	0.3900	0.0766	0.0691	0.0503	0.2050	0.1934
パターンB		距離	発地人口	着地人口	距離	発地人口	着地人口	距離	発地人口	着地人口	距離	発地人口	着地人口
	期待値	-2.0125	1.1688	1.8867	-2.0015	1.1690	1.8869	-2.3191	1.2684	1.8886	-2.0015	0.2631	2.3324
	標準偏差	0.0208	0.0235	0.0230	0.0505	0.0238	0.0233	0.4450	0.0878	0.0647	0.0505	0.1274	0.1063