

偽目標物とノイズの虚探知がある2段階探索の最適精査時間:その1 探索に打ち切りがある場合

02602240 防衛大学校 *松崎 徹 MATSUZAKI Toru

01000890 防衛大学校 飯田 耕司 IIDA Koji

01504810 防衛大学校 宝崎 隆祐 HOHZAKI Ryusuke

1 はじめに

目標空間内の1つの目標物に対する探索において、偽目標物や探索システムのノイズによる虚探知の可能性がある場合は、目標探知情報(コンタクトという)を得ても真目標物の探知とは断言できない。この場合はコンタクトの真偽を確認する精査が必要となる。通常この場合の探索はコンタクトを得るまでの広域探索と得られたコンタクトを精査して真目標物か否かを確認する2段階探索となる。ここでノイズによる虚コンタクトには信号の再現性がなく有限時間で精査結果が得られる保証はないので、精査を打ち切る必要がある。本研究では偽目標物とノイズが混在する目標空間内の一定時間の2段階探索を考え、真目標探知確率を最大にする最適精査時間を求める。また探索が途中で打ち切られる可能性がある場合についても検討する。従来、ノイズ型虚探知がある打ち切りのない問題の研究[1,2]はあるが、本研究はこれを拡張したものである。

2 モデルの前提

モデルの前提は以下のとおりである。

- (1) 探索地域に潜伏する1つの目標物に対し、探索者は総探索時間 T の探索を実施する。
- (2) 広域探索におけるコンタクトの生起はパラメータ λ のポアソン分布に従う。(ランダム探索)
- (3) 1回のコンタクトが真目標物、偽目標物又はノイズである確率は p_T, p_F, p_N で与えられ、探索者に既知とする。($p_T + p_F + p_N = 1$)
- (4) 探索者は、広域探索においてコンタクトを得たならば直ちにその精査を行う。なお、精査中は新たなコンタクトは生起しないものとする。
- (5) 探索残り時間が t のときを時点 t という。時点 t で生じたコンタクトに対する精査時間を τ と書く。コンタクトの実体が判明するまでの精査時間は指数分布に従い、その分布関数を真目標物では $H(\tau)$ 、偽目標物では $Q(\tau)$ とする。ただし、ノイズによるコンタクトの場合、精査により目標判別に関する情報は得られないものとする。

$$H(\tau) = \int_0^\tau h(u) du = 1 - \exp\{-\alpha_T \tau\},$$

$$Q(\tau) = \int_0^\tau q(u) du = 1 - \exp\{-\alpha_F \tau\}.$$

α_T, α_F はそれぞれ真目標物、偽目標物に対する単位時間当りの精査率である。なお、コンタクトの精査に予定した精査時間を費やしても虚実が判明しない場合は、精査を停止し元の広域探索に復帰する。

- (6) 本研究では、探索時間 T まで探索が継続される場合のモデルをモデル A 、 T までの間に単位時間当たり打ち切り率 γ で探索が打ち切られる可能性がある場合をモデル B とする。
- (7) 時点 t でコンタクトが発生した時の精査時間を τ と設定した場合、以後最適に行動する時の条件付真目標探知確率を $G_A(t, \tau)$ (モデル A)、 $G_B(t, \tau)$ (モデル B)、時点 t で目標物を未コンタクトであり以後最適に行動する時の真目標探知確率を $P_A(t)$ (モデル A)、 $P_B(t)$ (モデル B) とする。
- (8) 探索期間中の真目標探知確率 $P_i(T)$ 、($i = A, B$) を最大にする最適な精査停止時間 $\{\tau_i(t)^*\}$ を求める。

3 定式化

時間 $[t + \Delta t, t]$ 間の事象を考えれば次式が成り立つ。

$$P_A(t + \Delta t) = (1 - \lambda \Delta t) P_A(t) + \lambda \Delta t \max_{0 \leq \tau \leq t} G_A(t, \tau),$$

$$P_B(t + \Delta t) = (1 - (\lambda + \gamma) \Delta t) P_B(t) + \lambda \Delta t \max_{0 \leq \tau \leq t} G_B(t, \tau).$$

上式より真目標探知確率は以下の微分方程式の解として求めることができる。

$$\frac{dP_A(t)}{dt} = \lambda \left\{ \max_{0 \leq \tau \leq t} G_A(t, \tau) - P_A(t) \right\},$$

$$\frac{dP_B(t)}{dt} = \lambda \left\{ \max_{0 \leq \tau \leq t} G_B(t, \tau) - \frac{\lambda + \gamma}{\lambda} P_B(t) \right\}.$$

ここで、初期値は $P_i(0) = 0$ 、($i = A, B$) である。

上式中の条件付真目標探知確率 $G_{A,B}(t, \tau)$ は次式で表される。

$$G_A(t, \tau) = p_T H(\tau) + p_F \int_0^\tau q(u) P(t-u) du + \{1 - p_T H(\tau) - p_F Q(\tau)\} P(t-\tau),$$

$$G_B(t, \tau) = p_T \int_0^\tau h(u) e^{-\gamma u} du + p_F \int_0^\tau q(u) P(t-u) e^{-\gamma u} du + e^{-\gamma \tau} \{1 - p_T H(\tau) - p_F Q(\tau)\} P(t-\tau).$$

4 最適条件

条件付真目標探知確率 $G(t, \tau)$ が $0 \leq \tau \leq t$ で極大値をとる点を τ^0 とすると、最適精査時間 τ^* は次の性質を持つ。なおここではモデル A に関して述べる。

$$G_A(t, \tau^*) = \max \left\{ G_A(t, \tau^0), p_T H(t) + p_F \int_0^t q(u) P_A(t-u) du \right\}$$

すなわち、 $\tau^* = \tau^0$ または $\tau^* = t$ である。また、 $t^0 = \min \{ t | \exists \tau^0 \text{ かつ } G_A(t, \tau^0) \geq G_A(t, t) \}$ とおけば、次の関係が成立する。

- (1) $t \leq t^0$ ならば $\tau^* = t$,
- (2) $t > t^0$ ならば $\tau^* = \tau^0$, ($\tau^0 < t$).

次に τ^0 を求めるために条件付真目標探知確率 $G_i(t, \tau)$ を精査時間 τ で微分し、 $G_i(t, \tau)$ の極値条件を求める。 $dG_i(t, \tau^*)/d\tau^* = 0$ より、最適精査時間の必要条件が次式で求められる。

モデル A

$$\frac{ph(\tau^*)}{1 - p_T H(\tau^*) - p_F Q(\tau^*)} = \frac{\dot{P}_A(t - \tau^*)}{1 - P_A(t - \tau^*)}, \quad (1)$$

モデル B

$$\frac{ph(\tau^*)}{1 - p_T H(\tau^*) - p_F Q(\tau^*)} = \frac{\dot{P}_B(t - \tau^*) + \gamma P_B(t - \tau^*)}{1 - P_B(t - \tau^*)}$$

モデル A について考える。式 (1) の左辺は τ^* 時間精査した時点で真目標物か偽目標物であるかの判定ができない場合に、さらに単位時間の精査を行うことにより真目標物を識別する単位時間当りの限界真目標物精査率である。また右辺は残りの探索時間 $(t - \tau^*)$ の探索全体の単位時間当りの探索成功率である。したがって式 (1) の意味は目標物をコンタクトした探索者の最適な τ^* は、コンタクトの精査を τ 時間実施した時の真目標限界精査率が残り探索時間 $t - \tau$ の探索を最適に行った時の探索成功率よりも大きい場合は精査を続け、限界真目標精査率と探索全体の成功率が釣り合う時点で精査を止め広域探索に復帰することが最適であることを示している。

探索に打ち切りのあるモデル B の場合も考え方はモデル A と同様である。ただし常に探索が打ち切られる可能性があるため、単位時間当りの探索成功率はモデル A と比較して低下する。したがって、次のコンタクトの生起に期待するよりも現在のコンタクトに対する精査を丁寧に行ったほうが良いことがわかる。このことは、数値例の図 1 に明確に示されている。

なお、モデル A において $p_F = 0$ とおけば、従来のノイズ型虚探知のモデル [1,2,3] の研究結果に一致し、またモデル B において $T \rightarrow \infty$ とおけば、探索時間が指数分布に従う Kisi[3] の結果に一致する。

5 数値例

図 1,2 の横軸は探索残り時間、縦軸はそれぞれ精査時間および真目標探知確率である。(モデル A:点線、モデル B:実線)。パラメータは以下のとおりである。

$$\alpha_T = 1.0, \alpha_F = 0.5, \lambda = 1.2, p_T = p_F = 0.25, \\ p_N = 0.5, \gamma = 0.2.$$

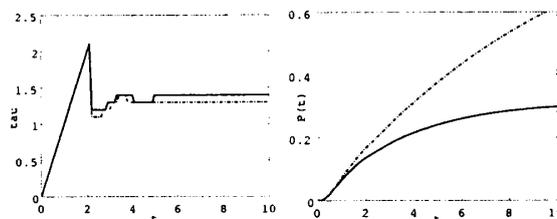


図 1: 最適精査時間 図 2: 真目標探知確率

なお、数値例に関する詳細な分析と考察は発表の当日に報告する。

6 まとめと今後の課題

本報告では探索に打ち切りのあるモデルを定式化し、(1) 探索地域内の偽目標とノイズによる虚コンタクトの存在 (2) 探索打ち切りが精査時間および真目標探知確率に与える影響を調べた。今後の課題としては、指数関数以外の精査分布関数について最適精査時間の導出、目標物の精査中に打ち切りが入り広域探索に復帰するモデルの分析、および探索打ち切り率の異なる複数の探索者による最適な探索計画の決定問題等がある。

参考文献

- [1] K.Iida, R.Hohzaki and K.Kaiho: Optimal Investigation Search Maximizing the Detection Probability. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 40(1997)294-309.
- [2] K.Iida: Optimal Stopping of a Contact Investigation in Two-Stage Search. *Mathematica Japonica*, 34(1989)169-190.
- [3] T.Kisi: Optimal Stopping of the Investigating Search, in *Search Theory and Applications*. NATO Conference Series, II-8(1979)255-260.