2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

ネットワーク上の道路距離と直線距離

02302320 筑波大学 社会工学研究科 *田村一軌 TAMURA Kazuki
01102840 筑波大学 社会工学系 腰塚武志 KOSHIZUKA Takeshi
01009480 筑波大学 社会工学系 大澤義明 OHSAWA Yoshiaki

1. はじめに

腰塚・小林は文献 [1] において，道路ネットワークデータから市町村ノード間の直線距離と道路距離を求め，両者がほぼ比例するという関係を理論的に示した．これは，大規模な道路網に対しても，2 点間の直線距離を定数倍することにより道路距離を近似的に求めることができることを意味する．これは非常に有用な手段なのであるが，都市内道路網のように比較的‘粗い’ネットワークにおいてはあまり良い近似とはならないことも分かっている．また本来都市における移動はネットワーク上の任意の 2 点間で発生・集中するものである．したがって，ネットワーク上での道路距離と直線距離の関係を分析するべきであろう．

このような状況を鑑み，本研究ではネットワーク上のあらゆる地点で発生・集中する移動に関して，道路距離と直線距離の相関係数ならびに回帰係数を求めることを目的とする．

2. 相関係数と回帰係数の算出アルゴリズム

2 つのデータ X, Y に関して，相関係数 R は

$$R = \frac{E[XY] - E[X]E[Y]}{\sqrt{E[X^2] - (E[X])^2}\sqrt{E[Y^2] - (E[Y])^2}} \tag{1}$$

によって求めることができる．ここで $E[X]$ は変数 X の期待値を表す．また，回帰直線 $X = aY$ の傾き (回帰係数)a は，

$$a = \frac{E[XY]}{E[Y^2]} \tag{2}$$

で得られる．以上より，道路距離を X，直線距離を Y とするとき，ネットワーク上のあらゆる 2 点に関する $E[X], E[Y], E[X^2], E[Y^2], E[XY]$ の 5 つを求めることができれば，相関係数と回帰係数を得ることができる．

さて，上の 5 つの要素を計算するために，ネットワークで発生・集中するすべての移動を網羅したいわけだが，それには文献 [2] による場合分けアルゴリズムを利用する．この方法によると，ネットワーク上の移動をまず，

(1)2 点が同一リンクにある場合

(2)2 点が異なるリンクにある場合

の 2 つの場合に分ける．さらに (2) の場合にはリンクを 2 つ取り出したとき，リンクを適当に分割することにより，

(i) リンク間の経路が 1 つだけしかない場合

(ii) 長さの等しいリンクの両端ノード間に長さの等しい 2 つの経路が存在する場合

の 2 つの場合に帰着することができることが分かっている．文献 [2] では，以上のような場合分けによりあらゆる 2 点間の距離分布を計算しているが，本研究では X, Y, X^2, Y^2, XY の合計をそれぞれを計算する．その後すべてを足しあげ最後に移動の総量で割ることにより，5 つの要素を求めることができる．

2.1. リンク上の移動

リンクを長さ ℓ の数直線とみなし，その上に 2 点 u, v を考える．このとき，2 点間の道路距離と直線距離は一致し，$X = Y = |u - v|$ である．したがってすべての 2 点間の距離について，以下のように計算できる．

$$E[X] = E[Y] = \int_0^\ell\int_0^\ell |u - v|\mathrm{d}u\mathrm{d}v = \frac{1}{3}\ell^3 \tag{3}$$

$$\begin{aligned} E[X^2] &= E[Y^2] = E[XY] \\ &= \int_0^\ell\int_0^\ell (u - v)^2\mathrm{d}u\mathrm{d}v = \frac{1}{6}\ell^4 \end{aligned} \tag{4}$$

2.2. リンク間の移動

2.2.1. 経路が 1 つの場合

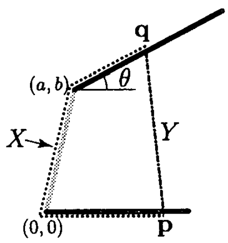

図 1: モデル図 (経路が 1 つの場合)

2 つのリンクの長さをそれぞれ ℓ_1, ℓ_2，経路長を d とする．図 1 のように一方のリンクの経路と接続している端点を原点にとり，そのリンクが x 軸の正の向きに伸びるようにする．また，もう一方のリンクは端点 (座標 (a, b)) で経路に接続し，そこから角度 θ の方向に伸びているとする．このとき点 $\mathbf{p}$ の座標は原点からの距離を u として $(u, 0)$ となる．また点 $\mathbf{q}$ の座標は点 (a, b) からの距離を v として $(v\cos\theta + a, v\sin\theta + b)$ となる．すなわち，2 点 $\mathbf{p}, \mathbf{q}$ の道路距離と直線距離は

$$X = u + v + d \tag{5}$$

$$Y = \sqrt{(v\cos\theta + a - u)^2 + (v\sin\theta + b)^2} \tag{6}$$

となる．このとき，$E[X], E[Y], E[X^2], E[Y^2], E[XY]$ の 5 つを求めるのだが，解析的に計算できるのは

$$E[X] = \frac{1}{2}\ell_1\ell_2(\ell_1 + \ell_2 + 2d) \tag{7}$$

$$E[X^2] = \frac{1}{6}\ell_1\ell_2\{2(\ell_1+\ell_2+2d)^2 -2(\ell_1+d)(\ell_2+d)+\ell_1\ell_2\} \quad (8)$$

$$E[Y^2] = \ell_1\ell_2\left(\frac{1}{3}\ell_1^2 - a\ell_1 - \frac{1}{2}\ell_1\ell_2\cos\theta + \frac{1}{3}\ell_2^2 +2a\ell_2\cos\theta + 2b\ell_2\sin\theta + a^2 + b^2\right) \quad (9)$$

の3つである．残りの2つは数値計算により求める．

2.2.2. 経路が2つの場合

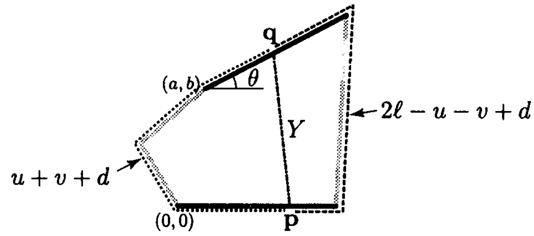

図 2: モデル図 (経路が2つある場合)

リンクの長さを ℓ，経路長を d とする．この場合には先程と異なり，図2のように経路が2つあるので $X = \min\{u+v+d, 2\ell-u-v+d\}$ となる．この場合も解析的に計算できるのは以下の3つである．

$$E[X] = \ell^2\left(\frac{2}{3}\ell + d\right) \quad (10)$$

$$E[X^2] = \ell^2\left(\frac{1}{2}\ell^2 + \frac{4}{3}\ell d + d^2\right) \quad (11)$$

$$E[Y^2] = \ell^2\left(\frac{1}{3}\ell^2 - a\ell - \frac{1}{2}\ell^2\cos\theta + \frac{1}{3}\ell^2 +2a\ell\cos\theta + 2b\ell\sin\theta + a^2 + b^2\right) \quad (12)$$

3. 計算例

今まで述べてきた方法に基づいて実際に計算を行う．図3のように長さの等しい2本の道路が片方の端点を接し，角度 θ で向き合っているものとする．このとき2つ

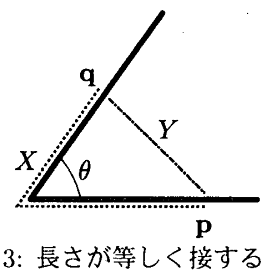

図 3: 長さが等しく接する道路

の道路の間を移動するときの道路距離と直線距離の相関係数を求めた結果が図3である．これを見ると $\theta = 0$ のときは $R = 0$ になっている．角度が狭いと相関係数が低いが角度が開くにつれて値が大きくなり，$\theta = \pi$ では2つの道路が直線になるので道路距離と直線距離が一致し $R = 1$ となる．

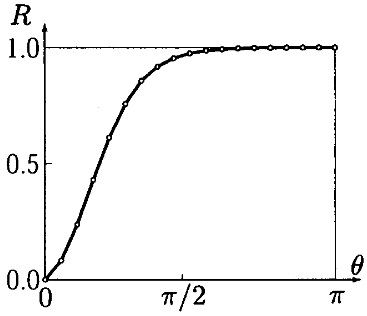

図 4: 2本の道路がなす角度と相関係数

これを，少々強引だが，東京圏において東京から放射状にのびる高速道路だと見なそう．例えば常磐道と東北道との間の角度 θ はおよそ45度である．同様に，常磐道と関越，中央，東名の各高速道路とがなす角度はそれぞれおよそ，95度，135度，180度になっている (図5)．これらの角度における計算結果が表1である．これを見

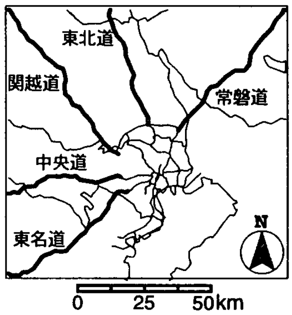

図 5: 東京周辺高速道路網

ると，角度が小さいときには大きな値をとる回帰係数が，角度が開くにつれて1に近づいている．すなわち角度が小さい道路間の移動ではかなり遠回りをすることになるので，高速道路の効果が十分大きくないと高速道路を利用しにくいであろうことが分かる．

表 1: θ による相関係数 R と回帰係数 a

θ	45°	90°	135°	180°
R	0.692	0.975	0.999	1.000
a	1.851	1.318	1.069	1.000

4. おわりに

今回，ネットワーク上の任意の2点間距離について，直線距離と道路距離の相関係数および回帰係数を計算する手法を示し，単純な計算例を提示した．今後は実際の都市道路網においてこれを計算し様々な道路網の比較を行うと同時に，ネットワークの特質を表す指標としての相関係数にも注目し分析をすすめていきたい．

参考文献

[1] 腰塚武志, 小林純一 (1983):道路距離と直線距離. 日本都市計画学会学術研究発表会論文集,pp.43-48.

[2] 田村一軌, 腰塚武志 (1998):ネットワークの距離分布. 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集.pp.222-223.