

一般化時間枠制約付き配送計画問題に対する 局所探索法の適用とその応用

02602204 京都大学 *増田 友泰 MASUDA Tomoyasu
01704164 京都大学 柳浦 睦憲 YAGIURA Mutsunori
01001374 京都大学 茨木 俊秀 IBARAKI Toshihide

1 序論

本研究では、一般化時間枠制約付き配送計画問題 (vehicle routing problem with general time windows, VRPGTW) に対し、局所探索法に基づくアルゴリズムを提案する。このアルゴリズムは複数の時間枠を持つ一般的な制約を扱うことができるため、時間枠が一つしか扱えない従来のものと比べて汎用性のある解法である。そのため、訪問する客の順序が定まったとき、最適なサービス開始時刻を求める動的計画法を内部に組み込んでいる。このように、一般化時間枠制約を許すと、提案アルゴリズムを生産物の在庫管理を含む生産スケジューリング問題に適用できることを示す。さらに、実データを基に計算実験を行い、生産在庫管理問題に対する提案アルゴリズムの有効性を確認した。

2 問題定義

節点集合 $V = \{0, 1, \dots, n\}$ に対する完全有向グラフ $G = (V, E)$ と車両集合 $M = \{1, \dots, m\}$ を考える。ここで節点0は“デポ”と呼ばれる特殊な節点であり、他の節点はサービスを受ける客を表す。各客 i ($i = 0, 1, \dots, n$) には、サービスの要求量 q_i (ただし $q_0 = 0$)、サービス開始時刻に対するペナルティ関数 $p_i(t)$ 、サービス時間 u_i (ただし $u_0 = 0$) が与えられ、各車両 k ($k = 1, 2, \dots, m$) には、処理できる要求量の上限 Q_k とデポを出発する時刻 e_0 が与えられる。さらに、節点対間の非対称距離行列 (d_{ij}) と非対称移動時間行列 (t_{ij}) が与えられる。ペナルティ関数 $p_i(t)$ は区分線型関数とする。ただし、非凸、不連続であっても良く、きわめて一般的である。

各車両 k の客の訪問順序を σ^k とし、 $\sigma = (\sigma^1, \dots, \sigma^m)$ とする。ただし、客の訪問順序を決定する際にはの次の2つの制約条件が付く: 1. 各車両 k ($k = 1, \dots, m$) はデポを出発し、デポに帰還する。2. 各客はちょうど1回だけある車両によりサービスされる。このとき、全ルート距離の総和を $D(\sigma)$ 、各客のサービス時刻に対するペナルティの総和 (時間ペナルティと呼ぶ) を $T(\sigma)$ 、

容量超過量の総和を $Q(\sigma)$ とすると、上述の2つの制約条件を満たした上で、

$$\text{cost}(\sigma) = D(\sigma) + T(\sigma) + \alpha Q(\sigma) \quad (1)$$

を最小にするようにルート集合 σ と各客のサービス開始時刻を定める問題である。ただし、 α は、容量制約違反のペナルティに対する重み係数である。

3 反復局所探索法

本研究のアルゴリズムは局所探索法を軸に構成されている。しかし、局所探索法を一回適用しただけでは、得られる解の精度が不十分である場合が多いので、メタ戦略の中から基本的なものとして、反復局所探索法 (iterated local search, ILS 法) を試みている。これは局所探索法を反復して用いる手法であるが、初期解の生成において、以前の解の情報を用い、各反復において良い解が存在すると思われる領域を集中的に探索するという方法である。

4 最適サービス開始時刻の決定法

ルート σ^k が与えられたとき、時間ペナルティを最小にするように各客のサービス開始時刻を決定する問題を考え、 $O(n_k \delta_k)$ 時間で効率良く解けることを示す。ただし、 n_k はルート σ^k 内の客数、 δ_k はルート σ^k 内の各客 i のペナルティ関数 $p_i(t)$ の区分数の合計である。以下にそのアルゴリズムを示す。

関数 $f_h^k(t)$ を、ルート σ^k における h 番目の客のサービス開始時刻が t 以前であるときのペナルティの最小値と定義し、これをペナルティ最小関数と呼ぶことにする。また、便宜上、 $p_h^k(t)$ を車両 k が h 番目に処理する客のサービス開始時刻に対するペナルティ関数、 τ_h^k を車両 k の h 番目の客から $h+1$ 番目の客までの移動時間と h 番目の客のサービス時間の和とする。

表 1: 実スケジュールのコストと提案手法によるコストの比較 (単位:円)

データ	実スケジュール	提案手法	データ	実スケジュール	提案手法
1999.11	1443758	1061627	2000.02	1106430	733856
1999.12	1400603	907290	2000.03	1177601	814966
2000.01	1258431	913148	2000.04	1119503	698219

このとき, $f_h^k(t)$ は, 漸化式

$$f_0^k(t) = \begin{cases} +\infty, & t \in (-\infty, e_0) \\ 0, & t \in [e_0, +\infty) \end{cases}$$

$$f_h^k(t) = \min_{t' \leq t} (f_{h-1}^k(t' - \tau_{h-1}^k) + p_h^k(t')), \quad 1 \leq h \leq n_k + 1$$

により計算される. 各客の最適サービス開始時刻は, 求めたペナルティ最小関数から容易に計算することができる. なお, 本研究では, さらに, 過去の計算履歴を利用することにより, 近傍内の解に対する時間ペナルティの最適値の計算を, 1つの解あたり $O(\delta_k)$ で行う工夫を加え, 高速化を図っている.

5 生産在庫管理問題

期間 X 内で能力が等しい m 台の機械を用いて, s 個の商品を各 S_i ($i = 1, \dots, s$) 生産することを考える. 各商品の消費速度は一定で, 単位時間当たり S_i/X の割合で消費されるものとする. 生産スケジュール σ は, 各機械で生産する商品の投入順序, 各投入商品の生産開始時刻と生産量 (生産時間) により決定される. 機械 k で h 番目に生産する商品を σ_h^k と記し, スケジュール σ において, 時刻 x ($0 \leq x \leq X$) までに生産された商品 i の総量を $a_i^\sigma(x)$ で表す. すると, $b_i^\sigma = \max\{\max_{0 \leq x \leq X} \{(S_i/X)x - a_i^\sigma(x)\}, 0\}$ は, 品切れをおこさないために時刻 0 の時点で確保しておかなければならない在庫量であり, 安全在庫と呼ばれるものである. このとき $a_i^\sigma(X) = S_i - b_i^\sigma$ となる. ある機械において生産する商品を i から j に切り替えるときにかかる切替コスト c_{ij}^P ($i, j = 1, \dots, s$) と, 在庫コスト係数 c_i^I ($i = 1, \dots, s$) が与えられる. すなわち σ における商品 i の累積在庫量は, $I_i^\sigma := \int_0^X (a_i^\sigma(x) + b_i^\sigma - (S_i/X)x) dx$ となる. 結局, 解くべき問題は切替コストと在庫コストの和

$$\sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^{n_k-1} c_{\sigma_h^i}^P \sigma_{h+1}^i + \sum_{i=1}^s c_i^I \cdot I_i^\sigma \quad (2)$$

の最小化である. ただし, n_k は機械 k での生産商品の延数を示す.

6 VRPGTW への帰着

上記の生産在庫管理問題は, 次のように VRPGTW に帰着できる. 各商品 i ($i = 1, \dots, s$) は分割生産することによって累積在庫量を減らすことができるが, 切替コストがかかり, また, 全コストは生産スケジュールに依存する. そこで, 分割数 l_i をパラメータとし, 各商品 i を l_i 個の客で表し, それぞれを v_{i1}, \dots, v_{il_i} と記す. 機械を車両に対応させ, 車両が客 v_{ir} を訪問することは商品 i を S_i/l_i 生産することと解釈する. 切替コストは距離に対応させる. つまり, 客 v と w に対応する商品がそれぞれ i と j であるとき, $d_{vw} := c_{ij}^P$ とする. また, 在庫コストは時間ペナルティを用いて以下のように近似する. 商品 i を l_i 個の客で分割して表しているのだから, 客 v_{ir} ($r = 1, \dots, l_i$) の理想的な生産開始時刻 (サービス開始時刻) は $(r-1)X/l_i$ である. この時刻よりずれてサービスを開始すると在庫コストが増加するが, これを各客の時間ペナルティ関数に対応させることで近似的に評価するのである.

7 計算結果とまとめ

企業で実際に使われた生産在庫管理データを用いて計算実験を行った. 表 1 に, 実スケジュールによるコストと提案アルゴリズムにより出力されたコストを示す. この計算結果によると 30% 前後のコスト削減ができていたことが分かる. 本研究の VRPGTW に対するアルゴリズムは, 一般化時間枠を取り扱っているため, 一見性質の異なるように思える生産在庫管理問題にも適用でき, その有効性が確認できた.

参考文献

- [1] E. Taillard, P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin and J. Y. Potvin, "A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows," *Transportation Science*, Vol.31, No.2, 170-186 (1997).