2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

# Conjoint 分析と AHP による本音と建前の意思決定手法に関する研究

02602250 日本大学生産工学部 † 松生 拓倫
Nihon University Matsuike Hironori
01205220 日本大学生産工学部 篠原 正明
Nihon University Shinohara Masaaki

## 1 はじめに

AHP では意思決定プロセスを階層的に分解して，個々の決定要因をアンケート調査または一対比較などによって調べ，その結果を統合することにより，代替案の比較評価を行ういわば建前的なアプローチである．一方，Conjoint 分析では代替案間の相対比較を与えられたデータにより行い，内部構造を推定をする．これを本音的アプローチと考え，AHP の階層モデルと同じフィールドに対応させるように定式化を行い，AHP のデータを Conjoint 分析によって得られた結果を用いて修正する意思決定アプローチを提案する．

## 2 Conjoint 分析

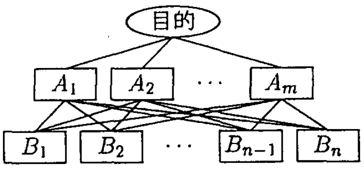


図 1: 評価基準数 $m$，代替案数 $n$ における Conjoint 分析の階層モデル図

評価基準を $A_j\,(j = 1,2,\cdots,m)$，代替案を $B_i\,(i = 1,2,\cdots,n)$ とする．このようなモデル関係を視覚的に捉えると Conjoint 分析では図 1 のように階層図を構成している．この階層図において評価基準と代替案との間における関係には部分効用値という概念を用いており，さらに各代替案には全体効用値という概念も用いられている．ここで，それらの概念について定義を与える．

**定義 2.1** 代替案 $B_i$ に対するある評価基準 $A_j$ における値を部分効用値といい，これを $u_{ij}$ で表わす．さらに代替案 $B_i$ における各部分効用値の総和を全体効用値といい，これを $v_i$ で表わす．$v_i$ は以下の式で定義をする．

$$v_i = \sum_{j=1}^{m} u_{ij} \quad (i = 1,2,\cdots,n,\ j = 1,2,\cdots,m)$$

ここで，部分効用値 $u_{ij}$ を以下に示してあるように定式化する．$\boldsymbol{p} = [p_1,p_2,\cdots,p_m]^T$ を未知の実パラメータとし，$\boldsymbol{x}_{B_i} = [x_{B_i1}, x_{B_i2},\cdots,x_{B_im}]^T\,(i = 1,2,\cdots,n)$ とする．ここで $\boldsymbol{x}_{B_i}$ の任意の要素は代替案 $B_i$ によって与えられたデータとする．このとき，定量的な諸量における部分効用値 $u_{ij}$ は以下の式

$$u_{ij} = x_{B_ij}p_j \quad (i = 1,2,\cdots,n,\ j = 1,2,\cdots,m)$$

で表わすことが可能である．

また，定性的な諸量を表現する場合においては水準を設けることによって解決が可能である．例えば，評価基準 $A_l$，に $r$ 個の水準が存在したとする．これら $r$ 個の水準項目を $\varphi_{A_lk}$，$(k = 1,2,\cdots,r)$ で表わすことにしよう．ここで，該当する評価基準に対応する未知パラメータを $p_l$ とし，$\varphi_{A_lk}$ を基底とするような一次結合を考えると，部分効用値 $u_{ij}$ は以下のように表現ができる．

$$x_{B_il}p_l = \rho_1\varphi_{A_l1} + \rho_2\varphi_{A_l2} + \cdots + \rho_r\varphi_{A_lr}$$
$$(\rho_k = \{0,1\} \in \mathbb{Z},\ (k = 1,2,\cdots,r))$$

そして，該当する水準項目の係数を 1 とし，それ以外の係数は 0 とすることにより該当する諸量を表わす．これらのことにより全体効用値 $v_i$ は $u_{ij}$ の特性に依存せず (1) 式によって表わすことが可能となる．

$$\begin{aligned} v_i &= \sum_{j=1}^{m} u_{ij} \\ &= x_{B_i1}p_1 + x_{B_i2}p_2 + \cdots + x_{B_im}p_m \\ &= \boldsymbol{x}_{B_i}^T\boldsymbol{p} \\ &= \langle \boldsymbol{x}_{B_i}, \boldsymbol{p} \rangle \end{aligned} \tag{1}$$

ここで，任意の全体効用値 $v_i$ に対して順序関係を導入する．この順序関係によって Conjoint 分析では自分の意思を反映させることが初めて可能となる．ここでは理解を容易なものにするために，以下の全順序を考える．

$$v_1 \succeq v_2 \succeq v_3 \succeq \cdots \succeq v_n \tag{2}$$

そして定められたすべての順序関係対に対して以下に示してある式を対応させる．

$$v_\alpha \succeq v_\beta \Rightarrow v_\alpha - v_\beta \geqq 0 \ \text{For all } \alpha, \beta (\alpha \neq \beta)$$

即ち，(2) 式の条件に対しては

$$\begin{cases} v_1 - v_2 &= \boldsymbol{x}_{B_1}^T\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x}_{B_2}^T\boldsymbol{p} \geqq 0 \\ v_2 - v_3 &= \boldsymbol{x}_{B_2}^T\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x}_{B_3}^T\boldsymbol{p} \geqq 0 \\ &\vdots \\ v_n - v_{n-1} &= \boldsymbol{x}_{B_n}^T\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x}_{B_{n-1}}^T\boldsymbol{p} \geqq 0 \end{cases} \tag{3}$$

となる．さらに (3) 式において非負性を保証するために $\delta_k \geqq 0 \in \mathbb{R}^+\,(k = 1,2,\cdots,n-1)$ を付加することにより，規定された順序関係式を満足させるために各制約式における違反度合 $\delta_k \geqq 0$ の総和が最少となるような線形計画問題を生成すると以下の式となる．

$$\text{minimize} \quad \sum_{k=1}^{n-1} \delta_k$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \boldsymbol{x}_{B_1}^T\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x}_{B_2}^T\boldsymbol{p} + \delta_1 \geqq 0 \\ \boldsymbol{x}_{B_2}^T\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x}_{B_3}^T\boldsymbol{p} + \delta_2 \geqq 0 \\ \quad\vdots \\ \boldsymbol{x}_{B_n}^T\boldsymbol{p} - \boldsymbol{x}_{B_{n-1}}^T\boldsymbol{p} + \delta_{n-1} \geqq 0 \end{cases}$$
$$\delta_1 \geqq 0, \delta_2 \geqq 0, \cdots, \delta_{n-1} \geqq 0$$
$$(\boldsymbol{x}_{B_1}^T + \boldsymbol{x}_{B_2}^T + \cdots + \boldsymbol{x}_{B_n}^T)\boldsymbol{p} = 1$$

## 3 例題

**例題 3.1** [定量的変数を用いた例題]

評価基準数 2, 代替案数 3 の PC(Personal Computer) の選択問題を考えてみることにしよう．各評価基準および，代替案の構成要素を表 1 にまとめておく．

表 1: 各評価基準 $A_j$ 及び代替案 $B_i$ の構成

| 評価基準 | | 代替案 | |
|---|---|---|---|
| $A_1$ | 価格 (×k 円) | $B_1$ | 自作マシン |
| $A_2$ | HDD の容量 (GB) | $B_2$ | メーカー品 |
| | | $B_3$ | Shop ブランド |

次に，各代替案に対する評価基準のデータを与えることにする．これを $\boldsymbol{x}_{B_i}\ (i=1,2,3)$ と表わし，それぞれの各成分の諸量を

$$\boldsymbol{x}_{B_1}=[130,23]^T \quad \boldsymbol{x}_{B_2}=[240,16]^T$$
$$\boldsymbol{x}_{B_3}=[169,20]^T$$

であるものとする．さらに未知パラメータを $\boldsymbol{p}=[p_1,p_2]^T$ とする．
自分の意思を反映させるために全体効用値 $v_i\ (i=1,2,3)$ に対して全順序を導入する．ここでは

$$v_1 \succeq v_2 \succeq v_3 \tag{4}$$

とする．ここで，(4) 式の順序関係を考慮することによって以下に示してある式を生成する．

$$\begin{cases} v_1 - v_2 = 110p_1 + 7p_2 \\ v_2 - v_3 = 71p_1 - 4p_2 \end{cases}$$

前述の全順序関係を満足するようなパラメータ $\boldsymbol{p}$ を決定するために，以下の線形計画問題を解く．

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & \delta_1 + \delta_2 \\ \text{subject to} & \begin{cases} 110p_1 + 7p_2 + \delta_1 \geqq 0 \\ 71p_1 - 4p_2 + \delta_2 \geqq 0 \end{cases} \\ & \delta_1 \geqq 0\ ,\ \delta_2 \geqq 0 \\ & 539p_1 + 59p_2 = 1 \end{array}$$

ここで，上記の線形計画問題により算出されたパラメータの値，部分効用値，そして全体効用値を以下に示しておく．

パラメータ $p_j$ の値
$p_1$ =0.001　$p_2$ =0.011
部分効用値
$u_{11}$ =0.085　$u_{12}$ =0.252
$u_{21}$ =0.158　$u_{22}$ =0.175
$u_{31}$ =0.111　$u_{23}$ =0.219
全体効用値
$v_1$ =3.37211180000000E-0001
$v_2$ =3.32811040000000E-0001
$v_3$ =3.29977454000000E-0001

## 4 Conjoint 分析と AHP を融合した意思決定法

ここでは AHP および，Conjoint 分析を融合して得られた結果についての例題を与え，これにより，本音と建前を考慮した意思決定法を提案する．

### 4.1 評価項目レベルでの補正

前述の**例題 3.1** における AHP の各評価基準におけるウェイトに Conjoint 分析の各評価基準における部分効用値を定めた演算に基づいて補正をかけることにする．ここで，各基準に施す演算は算術平均と幾何平均で補正を行うことにする．

表 2: 補正表 1

| | |
|---|---|
| 部分効用値 | 0.354 |
| | 0.646 |
| 補正前ウェイト | 0.5 |
| | 0.5 |
| 算術平均補正値 | 0.427 |
| | 0.573 |
| 幾何平均補正値 | 0.420713679 |
| | 0.568330891 |

これにより，AHP の結果は以下のようになる．

表 3: 補正表 2

| | |
|---|---|
| 補正前 | $u_d$ = [0.418,0.351,0.230 ] |
| 算術平均補正値 | $u_m$ = [0.436,0.324,0.239 ] |
| 幾何平均補正値 | $u_g$ = [0.431,0.326,0.239 ] |

## 5 おわりに

Conjoint 分析と AHP を統合することにより，本音と建前を考慮した意思決定アプローチを提案した．今後は Conjoint 分析と AHP を対話形に反復適用することにより，本音と建前を考慮した意思決定法の確立及び，順序制約を満足するパラメータ決定問題における様々な定式化のアプローチがある．また，各階層ノードにおける適用結果の比較・検討などもあげられる．

## 参考文献

[1] 上田徹，「コンジョイント分析における曖昧な回答の扱い方」，『オペレーションズ・リサーチ学会誌 9 月号』，(1999), pp496-502.

[2] Kazutomo Nishizawa, "A Method to Refine Priority of Objective Criteria in AHP", The fourth international symposium on the Analytic Hierarchy Process, (1996),pp176-183.