2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

秤の点検政策に関する研究–点検と調整とが異なる場合

01007334 帝塚山大学 * 井垣 伸子 IGAKI Nobuko
01204194 流通科学大学 三道 弘明 SANDOH Hiroaki

1. はじめに

化学物質などを生産する工程の最終段階において，袋詰めなどにされた製品の重量を秤で測定し，その結果を製品に記載するという工程が存在する．一般にこのような工程は，製品そのものの品質には直接影響しないためそれほど重視されておらず，経費もかけられていない．しかし，計量を継続しているうちに秤自身に狂いが生じることも少なくなく，狂いが生じた秤で計量された製品は，記載された重量と実際の重量とが異なったまま出荷されることとなる．特に，製品が化学薬品のような物質である場合，記載された重量と実際のそれとが異なっていると，消費者がこのような製品をそのまま化学反応に用いた際に正しく反応しないこととなる．このような場合には，大きなクレームが寄せられるばかりでなく，製造業者としての信用をも失墜しかねない．

著者ら [1], [2] は，このように製品そのものの品質ではなく，単に製品に記載された重量と実際の重量が異なるような製品に着目し，これらを**不良品**と呼ぶとともに，秤に対して定期的な点検を実施することで，秤の狂いを検出，調整するという点検政策について考察した．そこでは，一定時間間隔 $iT(T>0, i=1,2,\cdots)$ で秤を点検するが，秤の点検作業にはその調整作業も含まれている場合について考察した．

ここでも一定時間間隔で $iT(T>0, i=1,2,\cdots)$ で秤を点検するが，秤の点検作業と調整作業とはその内容が異なり，点検によって異常が検出されたときのみ，調整を行う場合について考察する．なお，計量すべき製品の数量は相当大きく連続量と見なし，計量を実施した製品の数量を計量に要した時間に対応させることとする．さらに，時刻 t までに秤に狂いが発生する確率分布を，分布関数 $F(t)$ を用いて表現することとし，$F(t)$ には平均 μ が存在するものとする．

2. 不良率

時刻 $iT(i=1,2,\cdots)$ で点検を行うことを考えると，秤の異常が検出され調整が完了した時点を再生点とする再生報酬過程が形成される [3],[4]．よってこのときの不良率 $Q(T)$ は

$$
\begin{aligned}
Q(T) &\equiv \lim_{t\to+\infty} \frac{E[(0,t]\text{ 上で秤に狂いが生じていた時間}]}{t} \\
&= \frac{B_1(T)}{A_1(T)} \qquad (1)
\end{aligned}
$$

で与えられる．ここに，$A_1(T)$，$B_1(T)$ は連続する再生点間における期待時間，および秤に狂いが生じていた時間の期待値を表す．

このとき

$$
\begin{aligned}
A_1(T) &= \sum_{i=0}^{\infty} \int_{iT}^{(i+1)T} (i+1)T dF(t) \\
&= \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)T \left\{ \overline{F}(iT) - \overline{F}[(i+1)T] \right\} \\
&= T \sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT) \qquad (2) \\
B_1(T) &= \sum_{i=0}^{\infty} \int_{iT}^{(i+1)T} [(i+1)T - t] dF(t) \\
&= T \sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT) \\
&\quad - \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ iT\overline{F}(iT) - (i+1)T\overline{F}[(i+1)T] \right\} \\
&\quad - \sum_{i=0}^{\infty} \int_{iT}^{(i+1)T} \overline{F}(t) dt \\
&= T \sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT) - \mu, \qquad (3)
\end{aligned}
$$

である．但し

$$
\mu = \int_0^{\infty} \overline{F}(t) dt \qquad (4)
$$

である．よって不良率 $Q(T)$ は

$$
Q(T) = 1 - \frac{\mu}{T \sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT)} \qquad (5)
$$

となる．

次に，不良率を $100\alpha\%(0 < \alpha < 1)$ 以下に押さえることを考える．式 (5) より

$$\lim_{T \to +0} Q(T) = 0 \quad (6)$$

$$\lim_{T \to +\infty} Q(T) = 1 \quad (7)$$

が成立し，$Q(T)$ を T に関して微分すると次式を得る．

$$Q'(T) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT)[1 - iTr(iT)]}{[T\sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT)]^2} \quad (8)$$

ここに

$$r(t) = \frac{f(t)}{\overline{F}(t)} \quad (9)$$

式 (8) より，$Q(T)$ の単調性は明らかではなく，このため $Q(T) \le \alpha$ を満足する T が一意に定まるとは限らない．

3. 経済的点検政策

本モデルのもとでは，無限期間における単位時間あたりの期待費用は次式で与えられる．

$$C(T) = \lim_{t \to +\infty} \frac{E[(0,t] \text{における総費用}]}{t} = \frac{B_2(T)}{A_1(T)} \quad (10)$$

ここに $B_2(T)$ は，連続する再生点間における期待費用を表し

$$B_2(T) = c_1\left[T\sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT) - \mu\right] + c_2\sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT) + c_3 \quad (11)$$

である．ここに，c_1，c_2 はそれぞれ，不良品を出荷した場合に 1 単位時間当たりに計量された不良品に要する費用，1 回の点検に必要な費用を表す．また c_3 は，1 回当たりの調整に要する費用である．よって

$$C(T) = c_1 + \frac{c_2}{T} - \frac{c_1\mu - c_3}{T\sum_{i=0}^{\infty} \overline{F}(iT)} \quad (12)$$

を得る．

ここでも，$C(T)$ を最小にするような T^* の存在を解析的に示すことは困難である．しかし，秤に異常が発生する時間を表す確率分布が故障率 λ の指数分布である場合，$C(T)$ は

$$C(T) = c_1 + \frac{c_2}{T} - \frac{(c_1\mu - c_3)(1 - e^{-\lambda T})}{T}. \quad (13)$$

となる．このとき，$C(T)$ を最小にするような経済的点検時間間隔 T^* は以下のような場合分けの下で議論される．

(1) $c_1\mu < c_3$ のとき，$T^* = +\infty$ となり，一切点検を行わないことが最適である．

(2) $c_1\mu \ge c_3$ が成立するとき，更に次のような場合分けが必要である．

   i. もし，$c_1\mu > c_2 + c_3$ であれば，$C(T)$ を最小にするような有限の T^* が唯一存在する．

   ii. しかし，$c_1\mu \le c_2 + c_3$ ならば，$T^* = +\infty$ である．

4. 数値例

図 1 に，$F(x) = 1 - exp(-\lambda x)(\lambda = 0.2, \mu = 5\text{days})$ とした場合の期待費用を示す．

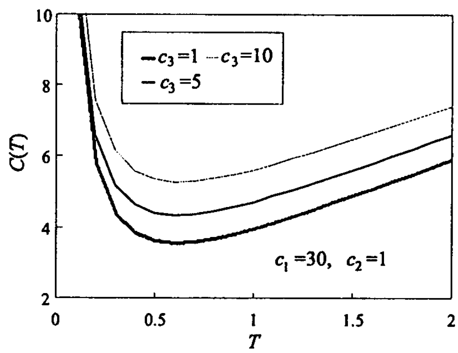

図 1: 期待費用

参考文献

[1] 三道弘明, 秤の点検政策に関する研究，電子情報通信学会論文誌，Vol.J83-A, No.3, pp. 302-308, (2000).

[2] 三道弘明，井垣伸子, 秤の点検政策に関する研究–点検に調整を伴う場合, 日本 OR 学会春季研究発表会アブストラクト集，pp. 240-241, (2000).

[3] Ross, S.M., Applied Probability Models with Optimization Applications, Holden-Day, San Francisco, (1970).

[4] Ross, S.M., Introduction to Probability Models, 5th edition, Academic Press, New York, (1993).