2000年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

人工社会におけるシミュレーションによるShapleyの公理の検証

01403974　広島大学　＊西﨑 一郎　NISHIZAKI Ichiro
01202665　広島大学　坂和 正敏　SAKAWA Masatoshi

1.　はじめに

公理的アプローチによる解の概念であるShapley値にはPareto最適性，ナルプレイヤーのゼロ評価，対称性，加法性の4つの公理がある[2]．これらの公理がどのような社会状況あるいは条件のもとで支持されうるのかをコンピュータ上の人工社会であるSugarscapeモデル[1]を用いたシミュレーションを行い，検証する．

2通りのシミュレーションの方法を考える．シミュレーション1ではShapleyの公理1～4をそれぞれ満たす社会と満たさない社会を考え，その2つの社会での社会全体の富の量，富の偏り，モラルの3つの尺度から評価をする．シミュレーション方法2では1つの社会にShapleyの公理1～4をそれぞれ満たすルールに従うエージェントのグループと満たさないルールに従うエージェントのグループを置き，戦闘規則の下でシミュレーションを行いどちらのルールに従っているエージェントのグループが最終的に優勢になるかを観察する．

2.　Shapleyの公理

$N=\{1,\ldots,n\}$ をプレイヤーの集合とし，n を有限な正の整数とする．v を任意の提携 $S(\subseteq N)$ に対して実数値 $v(S)$ を対応させる特性関数とする．このとき，n 人協力ゲームは (N,v) で表現される．ゲーム (N,v) におけるプレイヤーの評価値と解釈できる1つのゲームの値をShapleyは公理1：Pareto最適性，公理2：ナルプレイヤーのゼロ評価，公理3：対称性，公理4：加法性の4つの公理を満足する一意的な値 $\phi(v)=(\phi_1(v),\ldots,\phi_n(v))$ として導出した．

3.　Sugarscapeモデル

Sugarscapeとはエージェントが生き延びるために摂取しなければならない一般化された食糧資源の空間分布のことで，具体的にはエージェントが接種する砂糖が配置された空間である．この空間は格子状の2次元座標となっており，右端と左端，上端と下端はつながっているトーラス状になっている．また格子状のすべての点 (x,y) には砂糖の現在量と最大容量が定義されている．エージェントがある場所の砂糖を収穫し，その後しばらくどのエージェントもそこを訪れなければ，その場所は定められた最大容量になるまで砂糖を再生する．

本研究で利用するSugarscapeは 50×50 の格子状に配置された2,500の点をもつ空間を考える．初期時点では，Sugarscapeの各点はその最大容量に等しいだけの砂糖をもっている．資源(砂糖)の再生ルールは，現在量を γ^t，最大容量を c とし，次期間までの資源増分を α とすれば，次期での資源は $\gamma^{t+1}=\min(\gamma^t+\alpha,\ c)$ のように表される．

シミュレーションでは，400のエージェントをSugerscape上にランダムに配置し，それぞれのエージェントは，砂糖の代謝率，視力，性別，年齢，寿命，現在位置，性別，砂糖財産といった特性をもっている．砂糖財産と現在位置が変化していき，それ以外は一生固定されている．性別は男女の数がだいたい等しくなるように決められ，エージェントには5～25の一様分布に従った砂糖の初期財産が与えられる．エージェントがその代謝量を越えて収集した砂糖は財産として留保され，蓄積される砂糖の量に制限はない．エージェントの移動ルールは以下のように要約される．(1) 格子状の直交する4方向を視力の限り遠くまで見わたし，最も砂糖が豊富で他のエージェントがいない場所を探す．(2) そのような場所が複数ある時は，最後に見た場所を選択する．(3) その場所に移動してそこにあるすべての砂糖を収集する．

エージェントの最大寿命として，区間 $[a,b]$ の乱数をそれぞれに与え，あるエージェントが死亡すると新しいエージェントが補充されるとする．

4.　シミュレーション

4.1　評価方法

Shapleyの公理1～4をそれぞれ満たす社会と満たさない社会を考え，その両方の社会での全体の富の量，富の偏り，モラルの3つを比較してShapleyの公理を評価する．ここで社会全体の富の量の評価基準は，すべてのエージェントが持っている砂糖の合計量，富の偏りの評価基準はジニ係数，モラルの評価基準は犯罪件数とする．

社会全体の富の量　n をエージェントの総数として，各

エージェントが持っている砂糖の量を s_i, $i = 1,\ldots,n$ とすると，社会全体の富の量は $\sum_{i=1}^{n} s_i$ となる．

ジニ係数 不平等（富の偏在）の度合いが強いとジニ係数は1に近づき，逆に平等になってくるとジニ係数は0に近づく．

犯罪 各エージェントが蓄積している砂糖の量を w, 代謝率の値を m とすると，それぞれのエージェントがもし今後砂糖を収集できなかったとしたら，死滅までの時間は w/m となる．w/m が2以下になると，ある確率でエージェントは自分の視界の中にいる他のエージェントから砂糖を奪いと取るという犯罪を犯そうとする．

4.2 公理1：Pareto最適性に対する実験

公理1が満たされる社会として，自分で収集した砂糖はすべて自分のものになる (ルール R_1 とする) 社会を考え，公理1が満たされない社会として，各エージェントが集めた砂糖のうち2割が腐ってしまう (ルール R_2) 社会を考える．Pareto最適性は，すべてのプレイヤーの協力によってえられる値 $v(N)$ はすべて分配されなければならない ($\sum_{i\in N}\phi_i(v) = v(N)$) というものだから，すべてのエージェントが集めた砂糖の合計量を $v(N)$，エージェント i が獲得できる砂糖の量を $\phi_i(v)$ とするとルール R_1 の社会はPareto最適性を満たしているのは明らかである．またルール R_2 の社会は $\sum_{i\in N}\phi_i(v) = 0.8v(N)$ となりPareto最適性を満たしていない．

4.3 公理2：ナルプレイヤーのゼロ評価に対する実験

公理2が満たされる社会をルール R_1 とし，公理2が満たされない社会として，それぞれのエージェントが収集した砂糖を一端全部回収して，それをすべてのエージェントに均等に分け与える (ルール R_3) 社会を考える．ナルプレイヤーのゼロ評価は，$v(S\cup\{i\}) = v(S)$ ならば $\phi_i(v) = 0$ であるということなので，砂糖を全く集めることができないエージェントは砂糖をもらえないということになる．したがってルール R_1 はナルプレイヤーのゼロ評価を満たしているが，ルール R_2 は砂糖を全く集めることができないエージェントにも他のエージェントと同量の砂糖が与えられるので，ナルプレイヤーのゼロ評価を満たしていない．

4.4 公理3：対称性に対する実験

公理3が満たされる社会をルール R_1 とし，公理3が満たされない社会として，それぞれのエージェントが収集した砂糖の半分を回収して，それを男だけに均等に分け与える (ルール R_4) 社会を考える．対称性は $v(S\cup\{i\}) = v(S\cup\{j\})$ ならば $\phi_i(v) = \phi_j(v)$ であるということなので，同量の砂糖を集めたエージェントは同量の砂糖を獲得できるということになる．したがってルール R_1 は対称性を満たしているが，ルール R_4 は同量の砂糖を集めても男性の方が女性よりも多くの砂糖をもらえるというルールなので対称性を満たしていない．

4.5 公理4：加法性に対する実験

公理4が満たされる社会をルール R_1 とし，満たされない社会として，それぞれのエージェントが収集した砂糖の2割を回収して，それをランダムに分け与える (ルール R_5) 社会とする．具体的には，各エージェントに $0\sim 99$ の値をランダムに決めて，その数値を全員の数値の合計で割った割合をもらえるものとする．

加法性とは，同じプレイヤーの集合 N をもつ2つのゲーム (N,v_1) と (N,v_2) があり，任意の $S\subset N$ について $v(S) = v_1(S) + v_2(S)$ となる特性関数をもつ和ゲーム (N,v) において，プレイヤー i の値がその成分ゲーム (N,v_1), (N,v_2) における値の和に等しいということである．すなわち $\phi_i(v) = \phi_i(v_1) + \phi_i(v_2)$ である．

ゲーム (N,v) をルール R_1 を満たす社会，ゲーム (N,v_1) を (N,v) の8割の富を有するルール R_1 を満たす社会，ゲーム (N,v_2) を (N,v) の2割の富を有するルール R_1 を満たす社会とすると，加法性を満たしている．一方，ルール R_5 に基づいて，ゲーム (N,v_1) を (N,v) の富の全体の2割の砂糖を回収した社会，ゲーム (N,v_2) を (N,v) の全体の富の2割をランダムに配分する社会とすると，必ずしも加法性を満足していない．

上記のそれぞれの場合に対して，砂糖の初期分布は，北西と南東に砂糖を偏在させた場合と，エージェントがどこで生まれても平等であるように食糧資源を全体にランダムに分布させた場合の2通りでそれぞれ10回ずつシミュレーションを行った．

参考文献

[1] J. M. Epstein and R. Axtell, *Growing Artificial Societies*, Brooking Institution Press, 1996.

[2] L. S. Shapley, A value for n-person games, in H.W. Kuhn and A.W. Tucker (eds.), *Contribution to the Theory of Games, 2, Annals of Math. Studies 28*, Princeton University Press, 1953.