1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

リスクマネージメント高度化の基礎となる金利システムの開発

安田信託銀行 和合谷與志雄*

1．リスクマネージメントの進展

近年、金融業界においてリスクマネージメントは急速に進展している。金融業界の本質がリスクマネージメントであり、グローバルスタンダードの潮流が進展することを考えれば当然の流れであり歓迎すべきことである。従来は、リスクマネージメント業務をコストと考える風潮があったが、今後は企業戦略上の重要な位置を占める様になるだろう。

（1）トレーディング勘定のリスクマネージメント

銀行業界では、トレーディング勘定のマーケットリスクへ BIS による自己資本規制が導入され、Value at Risk（VAR）を推定するシステム開発を完了し、平成10年3月末から内部モデルの使用が開始された。手法面では、分散共分散法・ヒストリカルシュミレーション法・モンテカルロシミュレーション法が用いられる。分散共分散行列の推計には、GARCH（Generalized Autoregression Conditional Heteroscedasticity）モデル等が用いられている。過去のデータを単純に用いてそのまま使用するのではなく、市場構造の変化へいかに対応するかと言う事や、市場クラッシュ時への対処などが問題として挙げられている。VAR の保有期間は、計測対象となる商品特性に応じて、適切に定めることが重要であり、保有規模に関する考慮も必要である。また、精緻さをどこまで求めるかという問題に対しては、目的を吟味し実務的に適切なモデルを選択する事が実務的な考え方である。何故ならば、VAR を用いたリスク計量化はリスク管理の一部をなすもので、その他の定性的な面を全員（特にマネージャクラス）が十分に理解する事が重要であり、VAR で示された数値では計り知れないリスク（LTCM など）に対しては、その他の定性的な面での対処が構築されていない事に問題があることを認識し、内部リスク管理体制をレビューする事が大切であるからである。

（2）バンキング勘定のリスクマネージメント

一方、バンキング勘定に関しては信用リスク・金利リスクに対する自己資本規制の導入が検討されている。特に、信用リスク計量化のための内部モデルに関しては、金融監督庁内に「リスク管理モデルに関する研究会」が設置され銀行が自らの経営判断において用いる信用リスク管理モデルを自己資本規制において反映させる場合に必要となる理論的・技術的論点に関し検討が進められ、平成11年7月に検討結果が公表された。金利リスクに関しては、従来から資産負債総合管理（ALM）という形でリスク管理が行われてきた。手法面では、ギャップ法・デュレーション法・シミュレーション法等が用いられ、ＡＬＭ委員会で金利予測や

---

* 金利システム開発には、片井正行氏（日本 IBM ｺﾝｻﾙﾃｨﾝｸﾞ事業部）、二宮祥一氏（日本 IBM 東京基礎研究所）、加藤純雄氏（日科技研）、岩村伸一・青木信隆（安田信託銀行資金部）、鈴木隆之・佐藤秀晶（安田年金研究所）が参画した。発表者は、これらメンバーを代表して発表するものである。所属はいづれも開発当時のもの。
また、文中の意見は安田信託銀行の公式見解を示すものではない。

複数の資金・金利シナリオから得られる収益予測等をもとに経営判断を行うのが通例である。これらは通常静的なバランスシートを前提にしている。しかしながら、バンキング勘定のリスク計量化においては以下に示す様な特性を反映させて、金利リスクやオプションリスクを将来の期間収益や現在価値の不確実性という形で計量化することが必要である。

・住宅ローンの期前返済や定期預金の中途解約（プリペイメント）による残高変化

・各取引間の資金移動による各取引の残高変化

・期間収益は市場金利を含む様々な金利（長プラ・短プラ等）の変動性に依存

また、単なるリスク計量のモニタリングではなく、戦略的な資金計画を検討するためには満期が到来する取引を考慮した資金計画の設定やヘッジ計画に前提を置きながら、シミュレーションを繰返す必要がある。即ち、イールドカーブに応じたバランスシートの構造変化や将来の様々な金利の変化を反映させて、期間収益や将来の現在価値を推計しなければならない。

（3）生命保険会社のリスクマネージメント(1)

生命保険会社においても支払能力をリスク量との対比で捉え、継続的に健全性を検証することになってきた。即ち平成10年度決算からソルベンシー・マージン比率に基づき「保険版早期是正措置」が導入された。ソルベンシー・マージン比率とは、ソルベンシーマージン総額のリスク量（保険リスク相当額、予定利率リスク相当額、経営管理リスク相当額）に対する比率である。また、リスクマネージメントには資産・負債のキャシュフローを推定するキャシュフロー型ALMが行われている。キャシュフロー型ALMとは、資産・負債に影響を及ぼすシナリオを多数設定し、各シナリオにおけるキャシュフローを推定し、将来のサープラス、赤字確率を推定するものである。このシミュレーションにおいて、各種の経営戦略（プライシング、アセットアロケーション、配当政策等）の優位性に関する比較が行われている。

2．資金収益管理システム

安田信託銀行では、バンキング勘定の金利リスクやオプションリスクを計量化するために資金収益管理システムを開発した。以下にその紹介を行う。

（1）設計上の要求仕様

バンキング勘定に内包される取引きは膨大である。個別取引のキャッシュフローを正確に表現する事と計算スピードはトレードオフの関係にある。また、スピードに関してはシミュレーション回数（金利シナリオ数）に比例する。システム要求仕様は

・経営上の判断を誤らない精度で収益額が把握可能

・期間収益のリスク特性（分布）を数時間で計算可能

な事である。この要求に対処するため、キャシュフローをあるレベルでまとめたり、IBM準乱数（LDS）を用いる事にした。

（2）システム機能

資金収益管理システムは、前述した様なバンキング勘定におけるリスク計量化を行うために、以下の様な仕組みでシミュレーションが行われる。即ち、図1に示される様に例えば6ヶ月後迄のイールドカーブシナリオ（1）に応じ、住宅ローンや定期預金に対して設定されたプリペ

イメントモデル（前月残高に対する金利水準やスプレッドに応じたプリペイメント率）や各取引間の資金移動、資金計画などを反映させて、６ヶ月間の期間収益（１，６）と６ヶ月後のバランスシートの現在価値（１，６）を得ることができる。イールドカーブシナリオは通常５年後まで一ヶ月単位で５００通り作成され、各シナリオに応じ任意の将来時点迄の期間収益を推計することができる。これら５００通りの推計結果から将来の特定時点迄の期間収益分布特性を得ることができる。この様な情報は、これまでの資金計画立案の情報としては得られなかったものであり、リスクと収益性の両者を睨みながら、資金計画戦略を決定することが可能となる。

３．金利システム

資金収益システムのシミュレーションにおいて用いる金利シナリオを発生させるものが、金利システムである。以下にその機能を紹介する。

（１）金利モデルの選定

金利派生商品のプライシングには多くの先進的な金利モデルが用いられている。代表的なモデルとしては、ショートレートのワンファクターモデルであるＨＷモデル[2]やＢＫモデル[3]、フォワードレートのマルチファクターモデルであるＨＪＭモデル[4]などが知られている。

資金収益管理システムのシミュレーションを行うための金利モデルは、イールドカーブ全体の変動を分析できることが望ましく、この点からＨＪＭモデルが選定された。シミュレーションを行うための金利シナリオの発生が主目的であるため、複雑な金利派生商品のプライシングが容易となるMarkovian型である必要性は低い。従って、Gaussian型に固執し負の金利が発生する問題点を回避するために、主成分分析でボラティリティ関数を推計した上で、金利シナリオを発生させる際には、金利水準がゼロに近づくとボラティリティ関数が金利水準に比例するモデルとした。

（２）金利システムの機能

金利システムの機能は、イールドカーブ推計・ボラティリティ関数推計・キャリブレーション・金利シナリオ発生の４つに分けられる。

①イールドカーブ推計

実際に観測される市場金利は、１ヶ月・２ヶ月・３ヶ月・６ヶ月・１年・２年…であり、これら市場金利をもとに観測されない期間に対応した金利（イールドカーブ）を推計することが必要である。この際に、フォワードレートに三次のスプライン関数を仮定し、イールドカーブ全体の滑らかさと実際の市場金利の説明力の両者を取り込み推計できる様にした。即ち、生成する１ヶ月フォワードレートを f(ti)（連続複利、Act/365）（$i = 0,1,\cdot\cdot n$）を３次のＢスプライン関数で生成し、ディスカウントファクターを(1)式で与え、(2)～(4)式に基づく最適化を行い、１ヶ月フォワードレート f(ti)を得る。

$$DF(t_i) = \exp\left[-\left\{\sum_{k=0}^{i-1} f(t_k)\frac{\Delta}{365}\right\}\right] \qquad \cdots(1)$$

$i = 1,2,\cdot\cdot n+1,\ \Delta = 30\text{days},\ t_{i+1} = t_i + \Delta$

$$\sigma = \alpha \cdot V + \beta \cdot Z \qquad \cdots(2)$$

$$V = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j (PV_j - 100)^2 = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j \left(\sum_{i=1}^{m} C_j(s_i) DF(s_i) - 100 \right)^2 \qquad \cdots(3)$$

$$Z = 100^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(f(t_{i+1}) - f(t_i) \right)^2 \qquad \text{又は}$$

$$Z = 100^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(f(t_{i+1}) - 2f(t_i) + f(t_{i-1}) \right)^2 \qquad \cdots(4)$$

k：商品の個数　m:各商品のキャッシュフロー回数　s_i:キャシュフローの発生タイミング

λ_j:重みづけ係数　PV_j:商品 j の現在価値

$C_j(s_i)$：s_iに発生する商品 j からのキャッシュフロー

$DF(s_i)$：s_i時点でのディスカウントファクター

②ボラティリティ関数の推計(5)

過去の市場金利をもとに、イールドカーブ推計ロジックを一定に保ち、ヒストリカルに推計されたフォワードレートの時間発展に対し主成分分析を施し、ボラティリティ関数の推計を行える様にした。ファクター数は任意に設定可能であり、関数型はDeterministic 関数とProportional 関数が選択できる。

③キャリブレーション

Gaussian 型のＨＪＭモデルは、ボラティリティ関数がDeterministic である時、キャップ・フロアのプレミアムの解析解が導出できる(6)。市場で取引されるキャップ・フロアのボラティリティをブラックモデルでプレミアムへ変換し、初期値としてヒストリカルに推定されたボラティリティ関数を与えＨＪＭモデルの解析解と市場プレミアムとの誤差の最小化で、キャリブレーションを行える様にした。但し、ここで得られるボラティリティ関数は金利シナリオの発生はGaussian 型である必要があり、金利シナリオの発生との関連で考えると不整合となるため、キャリブレーションから得られる情報は限定的に用いる。

④金利シナリオ発生

資金収益管理システムで行われるシミュレーションに対応させ、金利シナリオをＨＪＭモデルに基づき発生させる。金利シナリオを作成するには、まず分析開始日のイールドカーブを指定する。次に、ファクター数とボラティリティ関数を指定すれば、(5)式に基づき初期値を

$f(0,j)$ としたフォワードレートプロセスに従い、ＩＢＭ準乱数との組合せで任意の数の将来のフォワードレートが発生する。

$$f(i+1,j)=f(i,j)+\sum_{k=1}^{K}\left(\sigma_k(i,j)\left(\left(\sum_{l=i}^{j-1}\sigma_k(i,l)\Delta\right)-\lambda_k(i)\right)\Delta\right)+\sum_{k=1}^{K}\left(\sigma_k(i,j)\Delta w_k^i\sqrt{\Delta}\right) \quad (5)$$

$\sigma_k(i,j)$ ：ファクター k のボラティリティ関数
$\lambda_k(i)$ ：リスクプレミアム　K ：ファクター数

Δw_k^i ：正規分布乱数でファクター k 、時点 i での値

ボラティリティ関数はDeterministic 型とProportional 型がある（式(6),(7)）
但し、ボラテリティ関数の推計はDeterministic 型を前提としている。
また、前述した様に金利シナリオの発生は修正 Deterministic 型発生を中心に考えている。
＜Deterministic 型＞

$$\sigma_k(i,j)=\sigma_k(j-i) \quad \cdots(6)$$

＜Proportional 型＞

$$\sigma_k(i,j)=\sigma_k(j-i)/m\cdot\min(m,f(i,j)) \cdots(7)$$

ここで $\sigma_k(j-i)$ は $j-i$ に依存する関数で、m はしきい値を表わす。
ＩＢＭ準乱数は、日本ＩＢＭ東京基礎研究所が開発したもので、従来のＳＯＢＯＬ・ＦＡＵＲＥ準乱数で問題であった次元間での強い相関性が解決されている。上記(5)式の正規分布乱数へＩＢＭ準乱数を適用することで少数の金利シナリオでリスク計量化を行える様にした。将来のフォワードレートが生成された後は、通常の計算処理で市場レートを求める。
市場金利以外の長プラ・短プラなどは、市場金利をもとに適切な関数型でモデル化され、整合性を保つ様に発生する。

４．分析結果

（１）　イールドカーブの推計

イールドカーブを推計するための目的関数は（１）式で与えられるが、（α、β）の比率及び第２項の階差誤差に関し分析を行った。具体的には、階差誤差に関し以下に示す２ケースを考え、（α、β）の幾つかの組み合せに関し検討を加えた。ヒストリカルデータ（1991.1.4～1998.9.30）を用いて、全体の価格誤差・全体の滑らかさ・入力金利と計算金利の絶対値の差の比較を行った。

①１階差連続：$Z=100^2\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(f(t_{i+1})-f(t_i)\right)^2$

②２階差連続：$Z=100^2\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(f(t_{i+1})-2f(t_i)+f(t_{i-1})\right)^2$

分析の結果、以下の様なことが判明した。
・推計イールドカーブの滑らかさを求めるのであれば１階差を用いる方が良い。
・推計イールドカーブから得られる金利と入力金利との誤差を小さくする事を求めるので

あれば2階差を用いる方が良い。

・入力金利と推計金利との差は、1年以内の所で大きくなる。

（2） ボラティリティー関数

1993年9月以降のデータを用いて、（1）で設定したいくつかのケースについてボラティリティ関数を推計し、その形状の比較を行った。結果を図2-1及び図2-2に示す。

開始日を1993年9月20日とした場合も9月30日とした場合のいづれにおいても、ボラティリティ関数の形状は1階差の方が滑らかである。また、開始日を変えた場合の形状も、1階差ではほとんど変わらないが、2階差では変わってくる。さらに、2階差の方がバタツキが大きい。

以上から、ボラティリティ関数の推計に関しては1階差による方が適当と考えられる。

（3）金利シナリオ発生

①準乱数と疑似乱数による発生シナリオの比較

今回の金利システム開発においては、日本IBM東京基礎研究所で開発されたLDSを用いシミュレーション回数の低減を図る事がひとつの目的である。そこで、疑似乱数を用いて発生させた金利シナリオとの比較を行う事にする。疑似乱数は、Comb-lsを用い、Volatility関数は1993年9月30日～1998年9月30日で推計し、Detreministic型で発生させた金利シナリオとの比較を行う。

LDSとComb-lsにより発生させた金利シナリオの各発生数毎の基本統計量を一覧表にした。この際、代表的な金利として1年後、3年後、5年後の1Y,3Y,5Yのスワップレートを選択し、LDSについては100刻みで3000本、Comb-lsのついては、1000刻みで30000本迄発生させた。（図3参照）

平均値の収束性を見ると、LDSではどのスワップレートでも500以上でほぼ収束しているが、5％上位点では500では収束性は見られない。これは、LDS自体がもともと平均値の収束性を少数サンプルで改善するために設計されたものであるためと考えられる。

②金利シナリ発生パターン

金利シナリオの発生パターンとしては、ボラティリテイー関数の推計と発生方法の組合わせでいくつかのパターンが考えられる。すなわち、

・Deterministic型のボラテイリティ関数でDeterministic型発生

・Deterministic型のボラテイリティ関数で修正Deterministic型発生

・Proportional型のボラテイリティ関数でProportional型発生

1番目は現時点の様な低金利の状況では負金利が多数発生してしまう。また、3番目は離散間隔が1ヶ月では0周辺の金利は0へ収束し、少し外れたものは発散してしまう。

従って、2番目の修正Deterministic型発生を用いる事が適当である。

図4にDeterministic型のボラティリティ関数を用い、Deterministic型と修正Deterministic型で発生させたスワップレートの分布を示す。

5．おわりに

リスクマネージメントに限らずORをはじめとする統計数理面での技術は、金融業界ビジネスへ適用される可能性をもっている。欧米に比べ金融分野での技術的な蓄積は少なくが、近年先端的な金融工学に関する研究機関の設立や日本の大学院での数理ファイナンス講座の開設等、金融技術の高度化を目指す動きが見られる。実務者として、今後も金融工学技術が実務へ適用される事を期待する。

（本稿は1998年7月23日に日経金融新聞に発表した「安田信託銀行の資金収益管理システムのエンジンとなる金利システムの開発」に加筆したものである）

（参考文献）

1.生命保険会社のｺｰﾎﾟﾚｰﾄ・ｶﾞﾊﾞﾅﾝｽ, 荻原邦男, ﾆｯｾｲ基礎研究所報

2.Hull & White." Single factor interest rate model and the valuation of interest rate derivative securities", Jounal of Financial & Quantative analysis,vol 28,1993

3.Black & Karasinski "Bond and Option Pricing when short rates are lognormal", Financial Analyst Jounal,Jul/Aug,1991

4.Heath, Jarrow & Morton,"Bond Pricing and the Term Structure of interest rate: A New Methodology for Contingent Claims Valuation",Econometrica,vol 60,1992

5.Robert A.Jarrow,"Modeling Fixed Income Securities and Interest Rate Options", McGraw-Hill Co.,1996

6.Jamishidian,F "Bond Option evaluation in the Gaussian interest rate model", Research in Finance,9,131-170