1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

移動体通信基地局における呼損率の評価

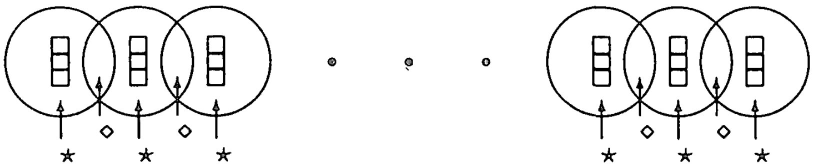
02302530 東京工業大学 *高橋 利臣 TAKAHASHI Toshiomi
01506790 東京工業大学 藤本 衡 FUJIMOTO Kou
01302440 東京工業大学 高橋 幸雄 TAKAHASHI Yukio

1. はじめに

移動体通信網では各基地局の振る舞いは隣の基地局の状態に依存する．そのため呼損率を評価するには，正確には通信網全体を観察する必要がある．しかし基地局の数は多く，通常それを行うことは不可能である．ここでは離れた基地局の間の依存性が低いことを利用し，注目している基地局とその周辺の数個の基地局を観察することで，呼損率を精度良く求めることができることを示す．

2. モデル

N 個の基地局が線上に並んでいる移動体通信網を考える．簡単のため，基地局のサービス領域 (セル) の重なりは，下の図のように2つのセルにまたがるものだけとする．



1. **呼の発生について** 呼は，各領域で定められたパラメータを持つポアソン過程に従って発生する．異なる領域における呼の発生過程は互いに独立である．
2. **サービスについて** 各基地局にはサーバ (チャネルに相当) が c 個ずつあり，客からの呼要求が発生次第，空いているサーバによりサービスされる．サービス時間は互いに独立で共通の指数分布に従う．サービス時間は到着過程とも独立である．
   (a) 1つの基地局のみがカバーしている領域に呼が発生した場合 (上図で $\star$)，その基地局内のサーバにより処理されるが，c 個のサーバすべてが塞がっているときは呼損となる．
   (b) 2つの基地局がカバーしている領域に呼が発生した場合 (上図で $\diamond$)，2つの基地局のどちらにも空いているサーバが存在するならば，それぞれ確率 1/2 でどちらかの基地局へ呼が割り振られる．どちらかの基地局で c 個のサーバすべてが塞がっていたならば，確率1でもう一方の基地局へ呼が割り振られる．2つの基地局のどちらもすべてのサーバが塞がっていたならば，到着した呼は呼損となる．
3. **呼の移動について** ここでは通話中の呼の基地局間の移動は考えない．ただし，移動とハンドオーバー/通話切れを取り込んだモデルでも，以下の結果は多少の修正の上，ほぼそのまま成り立つ．

3. マルコフ連鎖モデル

この移動体通信網モデルは，つぎのような推移速度行列をもつマルコフ連鎖によって表現できる．ここで，Q_i は基地局 i の基本的な推移を表す推移速度行列，R_i は基地局 i のサーバが塞がっているかどうかを表す対角行列，S_{ij} は基地局 i の隣の基地局 j のサーバがすべて塞がっているときの基地局 i での推移速度を修正するための行列，である．また，$\otimes$ は Kronecker product, $\oplus$ は Kronecker sum を表す．

$$
\begin{aligned}
Q \;=\;& Q_1 \oplus Q_2 \oplus \cdots \oplus Q_{N-1} \oplus Q_N \\
& +(S_{12} \otimes R_2 + R_1 \otimes S_{21}) \otimes I_3 \otimes I_4 \otimes \cdots \otimes I_{N-1} \otimes I_N \\
& +I_1 \otimes (S_{23} \otimes R_3 + R_2 \otimes S_{32}) \otimes I_4 \otimes \cdots \otimes I_{N-1} \otimes I_N \qquad (1) \\
& +\cdots \\
& +I_1 \otimes I_2 \otimes \cdots \otimes I_{N-2} \otimes (S_{N-1,N} \otimes R_N + R_{N-1} \otimes S_{N,N-1})
\end{aligned}
$$

4. Aggregation 法とマルコフ決定過程による定式化

基地局 k のみがカバーしている領域に到着する客の呼損率を求めることを考えよう．基地局の数 N が大きいとき，$(c+1)^N$ 元の方程式を解いて定常確率を求めることは難しい．そこで基地局 k を中心に左右2つずつ計5個の基地局の状態 (各基地局の系内人数の組) だけを考慮し，他の基地局の状態を無視する小モデルを導入する．この小モデルは Aggregation 法を用いて，Weak D-Markov chain [1] で定式化することができる．U_{k-3} を5つの基地局の状態の組が与えられたときに基地局 $k-3$ のすべてのサーバが塞がっている条件付き確率を要素とする対角行列，U_{k+3} を同じく基地局 $k+3$ のすべてのサーバが塞がっている条件付き確率を要素とする対角行列，とする．

$$\begin{aligned}\tilde{Q}_k \;=\; & Q_{k-2} \oplus Q_{k-1} \oplus Q_k \oplus Q_{k+1} \oplus Q_{k+2} + U_{k-3}\,(S_{k-2,k-3} \otimes I_{k-1} \otimes I_k \otimes I_{k+1} \otimes I_{k+2}) \\ & +(S_{k-2,k-1} \otimes R_{k-1} + R_{k-2} \otimes S_{k-1,k-2}) \otimes I_k \otimes I_{k+1} \otimes I_{k+2} \\ & +I_{k-2} \otimes (S_{k-1,k} \otimes R_k + R_{k-1} \otimes S_{k,k-1}) \otimes I_{k+1} \otimes I_{k+2} \\ & +I_{k-2}1 \otimes I_{k-1} \otimes (S_{k,k+1} \otimes R_{k+1} + R_k \otimes S_{k+1,k}) \otimes I_{k+2} \\ & +I_{k-2} \otimes I_{k-1} \otimes I_k \otimes (S_{k+1,k+2} \otimes R_{k+2} + R_{k+1} \otimes S_{k+2,k+1}) \\ & +(I_{k-2} \otimes I_{k-1} \otimes I_k \otimes I_{k+1} \otimes S_{k+2,k+3})\,U_{k+3}\end{aligned} \qquad (2)$$

という推移速度行列を考え，U_{k-3} と U_{k+3} をそれぞれ区間 $[O,I]$ の中で動かしたときの $\tilde{Q}_k$ の動く範囲を D で表せば，この小モデルの挙動は Weak D-Markov chain となる．[1] から，その定常状態確率の上下限は，通常のマルコフ決定過程に対するアルゴリズムを適用して求めることができる．

5. 呼損率の上下限

ポアソン到着と指数サービスという仮定の下では，この基地局 k のみがカバーしている領域に発生する呼に対する呼損率 p_k の上下限は，次の定理を用いると簡単に求めることができる．

定理　p_k の上限は，$U_{k-3}=I, U_{k+3}=I$ に対する $\tilde{Q}_k$ を推移速度行列として持つマルコフ連鎖において基地局 k のサーバがすべて塞がっている定常確率で与えられる．同様に p_k の下限は $U_{k-3}=O$, $U_{k+3}=O$ のときに与えられる．

[証明の概要]　初期状態の異なる2つのサンプルパスを考える．一方は他方より端の基地局で処理中の呼が1つ多く，それ以外の基地局で処理中の呼は同じであるようなものである．適当な対応関係を付けることにより，ある時点までは一方のサンプルパスの方がどこかの基地局で客数が1つ多く，その時点以降は両者は全く一致する．このことにより，行列 U_{k-3} や U_{k+3} の要素である条件付き確率が1となる時に呼損率の上限が与えられることが導かれる．

6. 計算例

$c=3$ で，1つの基地局のみでカバーされる領域での到着率を λ_1，2つの基地局でカバーされる領域での到着率を λ_2，各サーバでのサービス率を μ とする．着目している基地局 k の両脇を入れた3ノードモデルと5ノードモデルにおける呼損率 p_k の上下限は次の表の通りである．

$\lambda_1 = .4$	モデル	3ノード	5ノード
$\lambda_2 = .3$	上限	0.029877	0.029428
$\mu = 1.$	下限	0.029408	0.029421

$\lambda_1 = 4.$	モデル	3ノード	5ノード
$\lambda_2 = 3.$	上限	0.708667	0.707522
$\mu = 1.$	下限	0.704502	0.707328

参考文献

[1] Yukio Takahashi (1984), "Weak D-Markov chain and its application to a queueing network" in *Mathematical Computer Performance and Reliability*, G. Iazeolla, etc. (eds.), Elsevier, 153–165.