1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

領域形状による同一交通サービス水準のためのネットワーク必要量

02900310　筑波大学　社会工学研究科　*渡部大輔　WATANABE Daisuke
01205430　筑波大学　社会工学系　鈴木 勉　SUZUKI Tsutomu

1. はじめに

領域が細長くなると，輸送距離が長くなり特定の箇所に混雑が生じるなど不利な状況が生じる．これまで，領域内での移動時間[1)2)]と通行量[3)]が算出されてきたが，領域形状による双方の関係については論じられていない．本研究では，領域形状に着目して，交通サービス水準を維持するネットワークの必要量を近似的に算出することを目的とし，混雑の有無も考慮する．

2. モデルの概要と交通サービス水準の導出

図1に示すような矩形領域(面積 $S=ab$)に等間隔に格子状ネットワークを整備するモデルを考える．全トリップ数は P とし，その移動経路は，格子点を中心とする長方形状のゾーンを単位に，このゾーン内で発生・集中する交通は必ずそのゾーンの格子点を経由する．ゾーン内では，格子点までは移動速度1で，Rectilinear 距離に従って移動する．ネットワーク上では，速度 v (>1) でより高速に移動でき，全ての移動は最短経路のうち一回だけ曲がる2経路に均等に配分される．

以降の分析では，ネットワーク上速度 v, 領域面積 S, ネットワーク長 $W=aJ+bI$, xy 方向のネットワークの本数比率 $M=J/I$, 及び xy 方向の領域の長さの比率 $N=b/a$ を主要な変数とする．

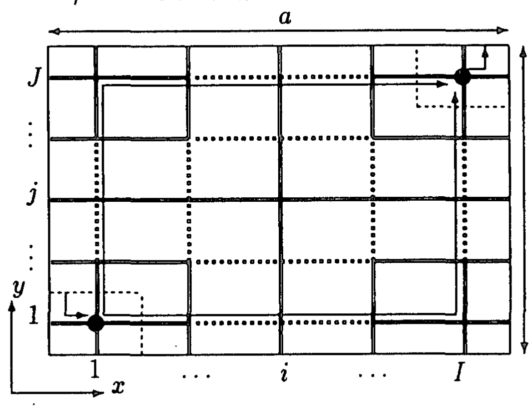

図 1: 領域と移動の概要

2.1 最大通行量

通行量とは，あるリンク上での移動で利用するトリップ数の総和である．

まず，x 方向のリンクについて考える．ノード (i,j) と $(i+1,j)$ を結ぶリンクの通行量 q_i^x は，トリップ数 $P/(IJ)^2$ を考慮すると，

$$q_i^x = \frac{2P}{I^2J}i(I-i) \qquad (i=1,\ldots,I-1) \quad (1)$$

のようになる．式(1)は I が十分大きく i を連続量と見なせるとすれば，$i=I/2$, つまり中央部の時に最大となり，最大通行量は $q^{x+}=\frac{P}{2J}$ となる．y 方向も同様に求まり，x,y 方向ともに最大通行量はその方向のリンク本数によって決まる．

2.2 平均移動時間

平均移動時間とは，領域内から発生するすべての移動について1トリップ当たりの所要時間である．

平均移動時間 T は，ネットワーク上とゾーン内の移動時間の和を総トリップ数で除すことにより得られ，移動速度 v=V(定数)であるとし，ネットワークが I,J ともに十分に大きいときには近似的に，

$$\begin{aligned} T &= J\sum_{i=1}^{I-1}\frac{1}{v}\frac{a}{I}q_i^x + I\sum_{j=1}^{J-1}\frac{1}{v}\frac{b}{J}q_j^y \\ &\quad +2IJ\int_{-\frac{b}{2J}}^{\frac{b}{2J}}\int_{-\frac{a}{2I}}^{\frac{a}{2I}}(|x|+|y|)\frac{P}{S}\mathrm{d}y\mathrm{d}x \\ &\simeq \frac{1}{2}\left(\frac{a}{I}+\frac{b}{J}\right)+\frac{1}{3V}(a+b) \end{aligned} \quad (2)$$

と表すことができる．

2.3 平均移動時間(混雑あり)

平均移動時間(混雑あり)とは，リンク上の通行量によって移動速度が変化する平均移動時間である．

ネットワークの総容量を全移動量 $P(a+b)/3$ として，各リンクは同じ容量であるとする．移動速度 v は，

$$v = \frac{P(a+b)V}{3(aJ+bI)q} \quad (3)$$

となる．平均移動時間(混雑あり)T^{C} は，式(2)と同じ手順で，I,J ともに十分に大きいときには近似的に，

$$T^{\mathrm{C}} \simeq \left(\frac{a}{I}+\frac{b}{J}\right)\left\{\frac{1}{2}+\frac{2(aI+bJ)}{5(a+b)V}\right\} \quad (4)$$

と表すことができる．

3. 各交通サービス水準を最小にするネットワーク形状

以下，数値計算には $S=1, V=2$ を用いる．

3.1 最大通行量

最大通行量は，$I=J$ という関係が満たされるとき，x,y 方向で最小になり，$M=1$(相似格子状ネットワーク)が成り立つことがわかる．

相似格子状であるときの最大通行量 q_{RG}^+ は，

$$q_{\mathrm{RG}}^+ = \frac{P(N+1)}{2W}\sqrt{\frac{S}{N}} \quad (5)$$

となる．図2より，細長くなるほど最大通行量を同水準

に維持するには，ネットワークを整備する必要がある．

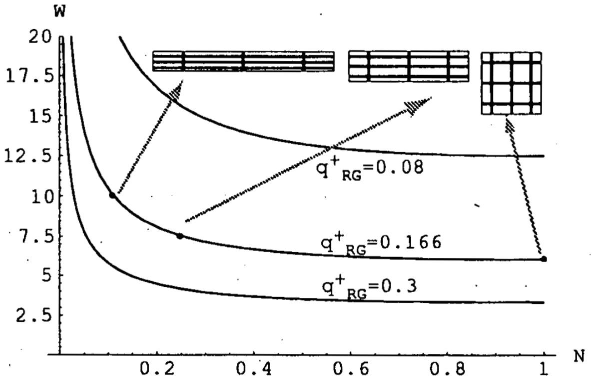

図 2: N による q^{+}_{RG} を一定とする W の変化 ($M=1$)

3.2 平均移動時間

W に対して，T を最小にするような I,J の組み合わせは，$\frac{a}{I}=\frac{b}{J}$ となり，$M=N$(正方格子状ネットワーク) が成り立つことがわかる．

正方格子状であるときの平均移動時間 T_{SG} は，

$$T_{\mathrm{SG}} \simeq \frac{2S}{W}+\frac{1+N}{3V}\sqrt{\frac{S}{N}} \tag{6}$$

となる．図 2 と図 3 より，平均移動時間の方が最大通行量よりも同水準を維持するためにネットワーク長が長く必要である．

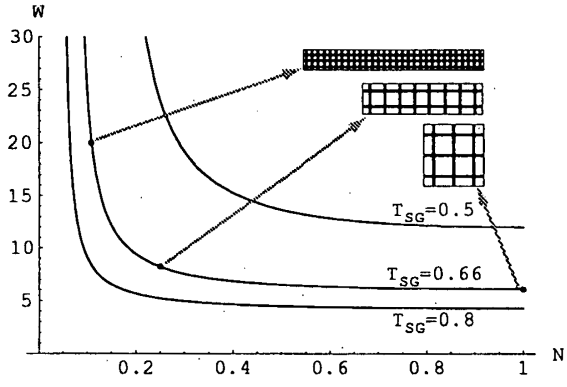

図 3: N による T_{SG} を一定とする W の変化 ($M=N$)

3.3 平均移動時間 (混雑あり)

W に対して，平均移動時間 (混雑あり)T^{C} を最小にするような I,J の組み合わせを M,N を用いて表すと，

$$M = \sqrt{\frac{5(1+N)N^2\sqrt{S}V+4NW\sqrt{N}}{5(1+N)\sqrt{S}V+4NW\sqrt{N}}} \tag{7}$$

となる．図 4 から，W が十分大きくなる（ネットワークが整備される）に連れて，最適なネットワーク本数比率は $M=1$ に近づく．

つまり，ネットワークが稠密であるならば，最大通行量を最小化する形状の方が平均移動時間 (混雑あり) を最小にすることができる．

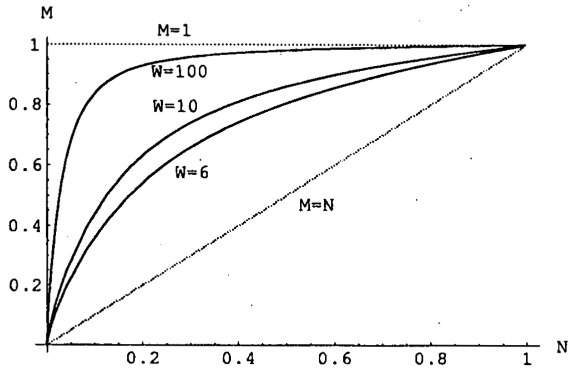

図 4: N による T^{C} を最小にする M の変化

相似格子状の場合の平均移動時間 (混雑あり)$T^{\mathrm{C}}_{\mathrm{SG}}$ は，

$$T^{\mathrm{C}}_{\mathrm{RG}} \simeq \frac{(N+1)^2S}{2NW}+\frac{2(N+1)}{5V}\sqrt{\frac{S}{N}} \tag{8}$$

となる．図 3 と図 5 より，混雑を考慮すると，移動時間の水準が高くなるほど同水準に維持するために必要なネットワーク長がますます多くなる．

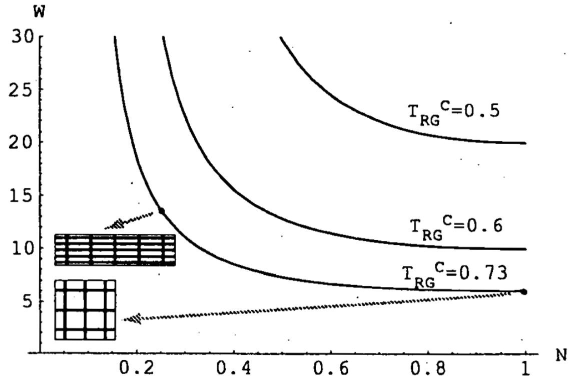

図 5: N による $T^{\mathrm{C}}_{\mathrm{RG}}$ を一定にする W の変化 ($M=1$)

4. おわりに

本研究では，最大通行量の方が平均移動時間ほど同水準にするために長いネットワークは必要としなく，混雑を考慮した場合は最大通行量を最小にするようなネットワーク形状が最適であることを明らかにした．

より現実的に，ネットワークの密度（間隔，延長など）を領域内での位置で変えることができるモデルにすることは，今後の課題である．

参考文献

1) Hall R.W.(1987) : Comparison of strateties for routing shipments through transportation terminals, *Transportation Research*, 21A, 421-429.
2) 三浦英俊・腰塚武志 (1993) : 2 種類の交通手段を持つ領域の移動時間について，都市計画学会論文集，28，397-402.
3) 大津晶・腰塚武志 (1998) : 都市内流動量分布に関する基礎的研究，都市計画学会論文集，33，319-323.
4) 渡部大輔 (1999) : 領域形状による交通ネットワーク必要量に関する数理的研究，筑波大学第三学群社会工学類都市計画専攻卒業論文.