

## 分散型コンピュータネットワークによる DEA アルゴリズムの開発・設計

01205520 東京理科大学 末吉 俊幸 SUEYOSHI Toshiyuki  
02501910 東京理科大学 \*本間 隆嗣 HOMMA Takashi

## 1 はじめに

DEA(Data Envelopment Analysis)は、さまざまな民間企業や公的機関のパフォーマンス分析のために広く用いられる手法である。従来の DEA アルゴリズム研究において、単一コンピュータで実行させる DEA アルゴリズムとして行われている。しかし、現在のネットワークコンピューティング技術を十分に生かしていない。複数のパーソナルコンピュータを同時に使用する「コンピュータネットワークとパラレルプロセッシング」ということを考慮していない。

本研究の目的は、コンピュータネットワーク技術(LAN:Local Area Networkの構築)を DEA アルゴリズムへ組み込むことによって、従来の研究を拡張することである。DEA ネットワークコンピューティングを取り入れたアルゴリズム構造は、大きく減少した計算時間で、大規模 DEA 問題を解くことが可能となる。

## 2 ネットワークコンピューティング構造

大学内の LAN を適用して、クライアント・サーバ環境を構築する。クライアントは、どの DMU が解析されるべきか、DEA 問題を解く方法についての命令などのサービスを要求する。他のパーソナルコンピュータを実行させるサーバは、多くのクライアントによって要求されるさまざまなサービスを提供する。LAN によるコミュニケーションネットワークは、多くのクライアントと1つのサーバに情報を伝達する手段を与える。本研究のクライアント・サーバ環境は、図1で表される。

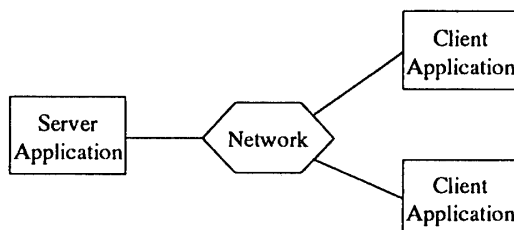


図1 サーバ・クライアント環境

各クライアントは、Microsoft Excel 97 上で DEA 問題を解くために設計されている。本研究は、Microsoft Excel 97 に組み込まれている VBA(Visual Basic for Application)を使用して、DEA 問題を解くためのアプリケーションソフトウェアを特別に開発した。一方、サーバは各クライアントにおいてどの DMU が解析されるべきかということに関して計算の命令を決定する。サーバのこの管理機能は、Microsoft Visual Basic 6.0 によって用意される。

すべてのパーソナルコンピュータ間を物理的に接続するために、本研究は 10BASE-T 規格を使用し、ハブを中心に置くスター構造を構築する。

## 3 マルチステージ・パラレルプロセスによる DEA アルゴリズム

3.1 Sueyoshi's DEA Special Algorithm(1992)の特徴  
明かに非効率な DMU 集合を抽出して計算効率をはかるように、全 DMU 集合(J)を優位 DMU 集合( $J_n$ )と非優位 DMU 集合( $J_d$ )に分類する。

$J_n$ と $J_d$ をさらに6つの部分集合へと分類し、次のように定義する。

$$J_n = E \cup E' \cup IE' \cup IF' \text{ and } J_d = IE \cup IF \quad (1)$$

$$E = \{k \in J_n \mid \theta_k^* = 1, \lambda_k^* = 1, \lambda_j^* = 0 \text{ (all } j \neq k \in J_n), \text{ and all slacks are zero}\}$$

$$E' = \{k \in J_n \mid \theta_k^* = 1, \lambda_k^* < 1, \lambda_j^* > 0 \text{ (some } j = E), \text{ and all slacks are zero}\}$$

$$IE' = \{k \in J_n \mid \theta_k^* < 1, \lambda_k^* = 0, \lambda_j^* > 0 \text{ (some } j = E), \text{ and at least one positive slack}\}$$

$$IF' = \{k \in J_n \mid \theta_k^* = 1, \text{ and at least one positive slack}\}$$

$$IE = \{k \in J_d \mid \theta_k^* < 1, \lambda_k^* = 0, \lambda_j^* > 0 \text{ (some } j = E), \text{ and at least one positive slack}\}$$

$$IF = \{k \in J_d \mid \theta_k^* = 1, \text{ and at least one positive slack}\}$$

## 3.2 本研究のアルゴリズムの概略

## 準備段階

サーバで、Sueyoshi(1992)と同様に、J を  $J_n$  と  $J_d$  へ分類する。

Stage I (DEA Parallel Computing for  $J_n$ )

優位集合  $J_n$  へ DEA 測定を適用し、効率的フロンティア形成集合 E の候補集合 EC を求める。

Stage II (DEA Network Computing for  $J_n$ )

優位集合  $J_n$  の DEA 効率値を測定する。

Stage III (DEA Parallel Computing for  $J_d$ )

非優位集合  $J_d$  の DEA 効率値を測定する。

## 3.3 アルゴリズムの詳細

## Stage I

## Server

$J_n$  を部分グループ  $J_n = J_{n_1} \cup J_{n_2} \cup \dots \cup J_{n_z}$  (z:クライアント数)へ分割する。 $h^{\text{th}}$  クライアントによって解かれるべき DMU 集合  $J_{n_h}$  データを送信する。

**Client**

各クライアントで(2)を解き、 $EC^h$ を求め、Serverへ送信する。

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} && \theta \\
& \text{s.t.} && - \sum_{j \in B_k^h} x_{ij} \lambda_j + \theta x_{ik} \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,m) \quad k \in J_{n_h} \\
& && \sum_{j \in B_k^h} y_{rj} \lambda_j \geq y_{rk} \quad (r=1,2,\dots,s) \quad k \in J_{n_h} \quad (2) \\
& && \sum_{j \in B_k^h} \lambda_j = 1 \\
& && \lambda_j \geq 0 (j \in B_k^h), \theta: \text{free}
\end{aligned}$$

$B_k^h = \{DMU_j \mid j \in EC_k^h\} \cup \{DMU_j \mid \text{the } j^{\text{th}} \text{ DMU in } J_{n_h} \text{ is not yet examined by the } h^{\text{th}} \text{ client}\}$

$EC_k^h = \{DMU_j \mid j \in EC^h \text{ and the } j^{\text{th}} \text{ DMU in } J_{n_h} \text{ has been examined by the } h^{\text{th}} \text{ client}\}$

$EC^h = \{k \in J_{n_h} \mid \theta_k^* = 1, \lambda_k^* = 1, \lambda_j^* = 0 \text{ (all } j \neq k \notin J_{n_h}) \text{, and all slacks are zero}\}$

StageIは各クライアントで並行に処理が行われる。

**Server**

各クライアントから送信された情報をもとに、 $EC$ を  $EC = EC^1 \cup EC^2 \cup \dots \cup EC^z$  とする。

$J, EC, E$ の関係は、 $E \subseteq EC \subseteq J$ となっている。

**StageII**

**Server**

全クライアントへ、集合  $EC$  に属する DMU 情報を送信する。

**Client**

StageIで求められた  $EC$  をもとに、各クライアントで  $EC_k$  を制約式に組み込んだ線形計画問題(3)を解き、優位集合  $J_{n_h}$  の DEA 効率値を計算する。ただし、各 DMU の計算結果は Server へ送信し、最新の  $EC_k$  の情報をクライアントで共有し、変数の数を減少させ、計算効率を高めている。

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} && \theta \\
& \text{s.t.} && - \sum_{j \in EC_k} x_{ij} \lambda_j + \theta x_{ik} \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,m) \quad k \in J_{n_h} \\
& && \sum_{j \in EC_k} y_{rj} \lambda_j \geq y_{rk} \quad (r=1,2,\dots,s) \quad k \in J_{n_h} \quad (3) \\
& && \sum_{j \in EC_k} \lambda_j = 1 \\
& && \lambda_j \geq 0 (j \in EC_k), \theta: \text{free}
\end{aligned}$$

**StageIII**

**Server**

$J_n$  を部分グループ  $J_d = J_{d_1} \cup J_{d_2} \cup \dots \cup J_{d_z}$  ( $z$ : クライア

ント数)へ分割する。 $h^{\text{th}}$  クライアントによって解かれるべき DMU 集合  $J_{d_h}$  データを送信する。

**Client**

各クライアントで(4)を解き、非優位集合  $J_{d_h}$  の DEA 効率値を計算し、DEA 結果を Server へ送信する。

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} && \theta \\
& \text{s.t.} && - \sum_{j \in E} x_{ij} \lambda_j + \theta x_{ik} \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,m) \quad k \in J_{d_h} \\
& && \sum_{j \in E} y_{rj} \lambda_j \geq y_{rk} \quad (r=1,2,\dots,s) \quad k \in J_{d_h} \quad (4) \\
& && \sum_{j \in E} \lambda_j = 1 \\
& && \lambda_j \geq 0 (j \in E), \theta: \text{free}
\end{aligned}$$

**4 シミュレーション**

コンピュータの数がネットワークコンピューティングの総処理時間にどの程度の影響を与えるかを調べるシミュレーションを行った。その結果の一部が表1である。表1は全 DMU 集合に対する効率的 DMU 集合 ( $EUE'$ ) の割合が 20% の時のシミュレーション結果である。単位はミリ秒 ( $10^3$  秒) である。コンピュータ数 1 台のアルゴリズムは、Sueyoshi's special DEA algorithm(1992)である。

表1 DEA ネットワークコンピューティングの CPU 時間比較

Number of Computer	Treatment	Number of DMUs				
		1000	1500	2000	2500	3000
1	Total	67037	149885	258253	Unable to compute	Unable to compute
	Average(per DMU)	67.04	99.92	129.13		
2	Total	38996	69890	111735	192616	259864
	Average	39.00	46.59	55.87	77.05	86.62
3	Total	26959	48870	82249	133933	176193
	Average	26.96	32.58	41.12	53.57	58.73
4	Total	20782	42701	67411	109457	146817
	Average	20.78	28.47	33.71	43.78	48.94

**5 総括 - 結論と研究展望 -**

大規模 DEA 問題を解析するのが可能な LAN ベース DEA ネットワークコンピューティングの構造を提案した。クライアント・サーバ環境のもとで、同時に複数のコンピュータを使用するように設計されている。

今後の研究展望として、次の3つがあげられる。

- (a) 本研究は LAN ベース DEA ネットワークコンピューティングを構築したが、インターネットベース DEA ネットワークコンピューティングへと拡張する。
- (b) ネットワークコンピューティングのフレームワークで DEA 問題を解くために、内点法を用いる。
- (c) 現実の問題への DEA ネットワークコンピューティングを適用する。

**謝辞**

本研究は、科学研究費補助金と大川情報通信基金からの研究助成で行われた研究成果の一部です。