1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

信頼性を考慮したネットワークの最適構成問題へのメタ戦略の応用

*田中 祥晃 (申請中)，得能 豊，高木 昇，中島 恭一 (01401593)
富山県立大学

1．はじめに

近年，コンピュータネットワークをはじめとするネットワーク技術の発展に伴い，故障や障害に強いネットワークの構成も重要になっている．本研究では，ネットワークの信頼性や遅延特性を一定以上確保しつつ，総コストが最小になるような端局間の回線網の構成問題など，信頼性を考慮したネットワークの最適構成問題 [1] を取り扱っている．この種の問題は組合せ最適化問題となり，ネットワークの規模が大きくなるにつれ計算量が指数的に増加するため，効率的な近似解法 (*approximate algorithms*) が必要となる．そこで，最近注目されている様々なメタ戦略 [2] を用いた解法について比較検討を行うことを目的としている．

2．ネットワークの最適構成問題の定義

ネットワークを確率的グラフ $G=(N,L,\mathbf{p})$ としてモデル化する．

- G　確率的グラフ
- N　節点 $n_i(i=1,2,\cdots,n)$ の集合 $\{\ n_i\ \}$
- L　節点 n_i,n_j 間の枝 $l_{i,j}(i,j=1,2,\cdots,n)$ の集合 $\{\ l_{i,j}\ \}$
- $\mathbf{p}$　枝 $l_{i,j}$ の信頼度 $p_{i,j}$ の集合 $\{\ p_{i,j}\ \}$

グラフ G は節点内の接続状態 (枝状態) によって表され，枝 $l_{i,j}$ にはコスト $c_{i,j}$ が伴う．

- $x_{i,j}$　枝の状態 $x_{i,j}\in\{0,1\}$
- $\mathbf{x}$　グラフの状態 $(x_{1,1},x_{1,2},\cdots,x_{i,j},\cdots,x_{|N|-1,|N|})$
- $c_{i,j}$　$l_{i,j}$ のコスト [$/*month*]

問題1　グラフ G の全端局間信頼度 $R(\mathbf{p})$ を一定値 R_0 以上に確保しつつ，総コスト $Z(\mathbf{x})$ が最小となるグラフを求める．

$$\textit{Minimize} \quad : \quad Z=\sum_{i=1}^{|N|-1}\sum_{j=i+1}^{|N|}c_{i,j}x_{i,j} \tag{1}$$

$$\textit{Subject to} \quad : \quad R(\mathbf{p})\geq R_0 \tag{2}$$

問題2　グラフ G の全端局間信頼度 $R(\mathbf{p})$ を一定値 R_0 以上に確保し，かつ平均遅延時間 T を一定値 T_{max} 以下に確保しつつ，総コスト $Z(\mathbf{x})$ が最小となるグラフを求める．

$$\textit{Minimize} \quad : \quad Z=\sum_{i=1}^{|N|-1}\sum_{j=i+1}^{|N|}c_{i,j}x_{i,j} \tag{3}$$

$$\textit{Subject to} \quad : \quad R(\mathbf{p})\geq R_0 \tag{4}$$

$$T\leq T_{max} \tag{5}$$

3．メタ戦略のネットワークの最適構成問題への適用

3-1．メタ戦略の概要

組合せ最適化問題の近似解法について，いくつかの効率的な探索法が提案されているが，その中でも局所探索法 (*Local Search,* 以下 *LS* 法) は，多くの組合せ最適化問題に用いられてきた．しかし，*LS* 法では大域的最適解を求められる保証はなく，特に多峰性の目的関数を持つ問題に対しては，局所的な最適解で探索が終了する可能性が高い．近年，局所最適解から脱出することを目的とした *LS* 法の拡張として，多少時間はかかっても，より精度の高い解を求める枠組を提供しようとするメタ戦略の研究が盛んである．

本研究では，代表的なメタ戦略である *MLS* (*Random Multi-start Local Search*)，*SA* (*Simulated Annealing*)，*TS* (*Tabu Search*)，*GA* (*Genetic Algorithm*) とハイブリッド・メタ戦略の *GLS* (*Genetic Local Search*) を用いる．

3-2．データ構造

グラフ G のデータ構造は，要素が $\{0,1\}$ の隣接行列を用いる．枝の状態を $x_{i,j}\in\{0,1\}$ (0：接続されていない　1：接続されている) と表現したとき，グラフ G の状態は $(x_{1,1},x_{1,2},\cdots,x_{i,j},\cdots,x_{|N|-1,|N|})$ と表せる．

3-3．評価関数

問題1,2の評価関数 [1] をそれぞれ式 (6),(7) に示す．式 (6),(7) の第2項以降は制約を満足しなかった時，ペナルティとなる関数である．グラフの信頼度 $R(\mathbf{p})$ の計算についてはモンテカルロ・シミュレーションを用いる．また μ は非常に大きな定数とする．

$$Z(\mathbf{x})=\sum_{i=1}^{|N|-1}\sum_{j=i+1}^{|N|}c_{i,j}x_{i,j}+\alpha\times(C_{max}(R(\mathbf{p})-R_0))^2 \tag{6}$$

$$Z(\mathbf{x})=\sum_{i=1}^{|N|-1}\sum_{j=i+1}^{|N|}c_{i,j}x_{i,j}+\mu\times(\alpha\times(R(\mathbf{p})-R_0)^2+\beta\times(T-T_{max})^2) \tag{7}$$

コストマトリクス Υ は，節点 n_i,n_j 間をリンクするためのコスト $c_{i,j}$ の行列で表される．トラフィックマトリクス Γ は，節点 n_i,n_j 間の要求トラフィック量 $\gamma_{i,j}$ [*packets/sec*] の行列で表される (要求トラフィック量は式 (8) によって $\nu_{i,j}$[BYTE/sec] に変換される $\mathbb{L}$：パケット長)．トラフィックマトリクス Γ は完全グラフであるが，実際に状態ベクトル $\mathbf{x}$ を評価するとき，$x_{i,j}=0$ となる節点 n_i,n_j 間の要求トラフィック量 $\nu_{i,j}$ が問題になってくる．つまり，節点 n_i,n_j 間を通信可能にするには迂回路を探し，その迂回路上にある枝容量を増加させる必要がある．これをフロー制御と呼ぶことにする．

本研究では迂回路を節点 n_i,n_j 間の最短経路とし，その最短経路上にある枝すべてに対して要求トラフィック量 $\nu_{i,j}$ を加算する．この操作を $x_{i,j}=0$ となるすべてのベクトルに対して行った後，$x_{i,j}=1$ である $\nu_{i,j}$ を $f_{i,j}$ とする．この $f_{i,j}$ が，節点 n_i,n_j 間に実際に流れるフローである．当然，$x_{i,j}=0$ である $f_{i,j}$ は0とする．同様に，$x_{i,j}=0$ である $\gamma_{i,j}$ を最短経路上のすべ

ての枝に加算し,この操作を $x_{i,j}=0$ となるすべてのベクトルに対して行った後, $x_{i,j}=1$ である$\gamma_{i,j}$を$\lambda_{i,j}$とする. この操作も,$x_{i,j}=0$ である$\lambda_{i,j}$は 0 とする.

フロー制御後, 容量 $C_{i,j}[BYTE/sec]$ を選択する. 表において $C_{i,j}(k) < f_{i,j} \le C_{i,j}(k+1), k=1,\cdots,9$ の時は $C_{i,j}(k+1)$ が選ばれる. ここで,*g(k)* を *Variable Cost*, *h(k)* を *Fixed Cost*, 節点 n_i, n_j 間の距離を $d_{i,j}$とするとコスト $c_{i,j}[\$/month]$ は式 (8) で計算され, 平均遅延時間 T は式 (9) で計算される [3].

$$\nu_{i,j}=\sum_{k=1}^{\gamma_{i,j}} \mathbf{L}_k (i,j=1,2,\cdots,|N|, i\neq j) \tag{8}$$

$$c_{i,j}=g(k)\times d_{i,j}+h(k) \tag{9}$$

$$T=\left(\sum_{i=1}^{|N|-1}\sum_{j=i+1}^{|N|}\lambda_{i,j}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{|N|-1}\sum_{j=i+1}^{|N|}\frac{f_{i,j}}{C_{i,j}-f_{i,j}} \tag{10}$$

表 1 *Capacity Option & Costs*

k	*Capacity* (*KB/sec*)	*Variable Cost* (*\$/month/km*)	*Fixed Cost* (*\$/month*)
1	2.5	2.5	850.0
2	6.4	7.5	850.0
3	12.8	10.0	1700.0
4	29.5	30.0	2350.0
5	59.0	60.0	4700.0
6	118.0	120.0	9400.0
7	236.0	240.0	18800.0
8	472.0	480.0	37600.0
9	944.0	960.0	75200.0
10	1888.0	1920.0	150400.0

4. 数値実験の比較

ここでは, 問題 1 の結果のみ示す. 扱う問題は確率的グラフ $G=(5,10,\mathbf{p})\sim(20,300,\mathbf{p})$ の中の 8 つで, それぞれの問題に対して初期値を変え 10 回の計算を行い, その平均をとる. 図 1 ではある枝数の問題に対してサンプル数 (探索した述べのグラフ数) が増加したときの平均相対誤差, 図 2 ではある枝数の問題に対して平均相対誤差が 0.1 に下がるまでに必要なサンプル数の平均を表している. この実験のみ, 扱う問題は枝数 45 までとする. *SA* が途中までしかプロットされていないのは,10 回の実験で一度も平均相対誤差が 0.1 まで下がらなかったためである.

問題 1,2 において 5 つのメタ戦略を用いて比較検討を行った結果, 以下に示される事項が考察された. なお, 表 2 にメタ戦略の総合的評価を示す.

(1) *MLS* は小規模な問題に対しては有効であるが, 初期解がランダムなため大規模な問題になると確率的に不利になる.

(2) *SA* は温度が低くなると, 同じグラフの探索を行う傾向が強くなるため良好な結果が得られなかった.

(3) *TS* は非常に良好な結果が得られた. これはタブーリスト等のため, これらの手法の中で最も同じグラフの探索が少ないと考えられるからである.

(4) *GA* は局所探索を行っていないため, 大規模な問題になると良好な結果が得られなかった.

(5) *GLS* は, 多点探索かつ局所探索を用いるので良好な結果が得られた.

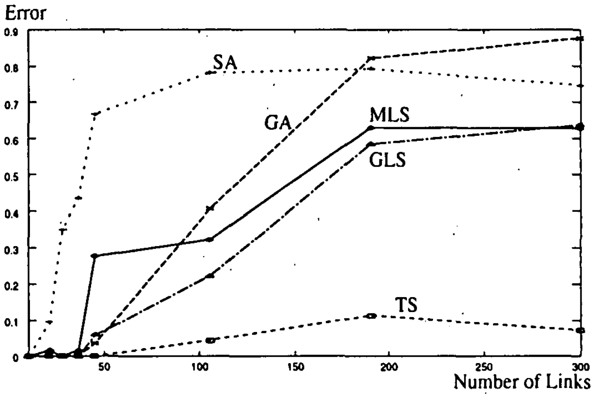

図 1 ある枝数の問題-誤差

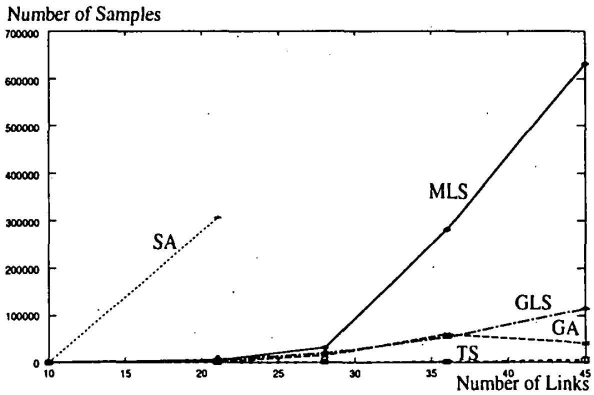

図 2 ある枝数の問題-サンプル数

表 2 メタ戦略の総合的評価

メタ戦略	問題 (1)		問題 (2)		総合
	小規模	大規模	小規模	大規模	
MLS		△	△	○	△
SA					
TS	◎	◎	◎	△	◎
GA	○		△		
GLS	△	○	○	◎	○

5. むすび

本研究では, 信頼性を考慮したネットワークの最適構成問題の効率的な解法について比較検討した. 今後の課題として, 各手法ごとに解の遷移状況を図にまとめることにより, 今回の実験で得られた結果を統計的に説明することや, オペレータを改善し, アルゴリズムの効率化をはかることなどが挙げられる.

参考文献

[1] Berna Dengiz,Fulya Altiparmak, Alice E.Smith :"Efficient Optimization of All-Terminal Reliable Networks,Using an Evolutionary Approach", IEEE Trans on Reliability,VOL.46,NO.1,1997 MARCH.

[2] 柳浦 睦憲, 茨木 俊秀 : " メタ戦略のロバスト性について", 第 8 回 *RAMP* シンポジウム論文集 (1996),p109-124.

[3] Samuel Pierre,Ali Elgibaoui :"A Tabu-Search Approach for Designing Computer-Network Topologies with Unreliable Components", IEEE Trans on Reliability,VOL.46,NO.3,1997 SEPTEMBER.