小売店舗における新商品テスト販売政策

－返品条件付契約を念頭においた期待利益最大化モデル及び期待損失最小化モデル－

02602084　流通科学大学大学院　＊　村原 朱美　MURAHARA Akemi
01204194　流通科学大学情報学部　三道 弘明　SANDOH Hiroaki

1. 緒言

小売企業にとって，新商品が売れ筋商品であるか否かを短期間のうちに如何に識別するかは重要な課題となる．このような問題に対して著者等は新商品テスト販売政策を提案した [1]．そこでは，新商品の買取契約のもとで，小売企業が残存在庫に対してクリアランスセールを実施するという場合を考慮し，期待損失を最小とするモデルを提案した．本研究では，小売企業が納入企業と返品条件付契約を提携する場合を念頭におき，返品契約費用及び返品処理費用を考慮した期待利益最大化モデル及び期待損失最小化モデルを考案する．なお，ここでの返品条件付契約とは，消化仕入契約のように出荷価格で残存在庫の返品が行われる契約のこととする．

2. 仮定と定義

本研究において新商品の需要は，パラメータ $\lambda_j (j = 1, 2)$ のポアソン過程に従うと仮定する．但し，$j = 1, 2$ は，それぞれ真のパラメータが売れ筋商品及び死に筋商品のパラメータであることを意味する．さらに，新製品1個当りの粗利益を α_1，単位時間当たりのフェイス占有費用を βとすると

$$\alpha_1 - \beta/\lambda \quad > \quad 0, \tag{1}$$

$$\alpha_1 - \beta/\lambda \quad < \quad 0, \tag{2}$$

$$\alpha_1 - \beta/\lambda \quad = \quad 0, \tag{3}$$

を成立させるようなパラメータ λをもつ商品をそれぞれ売れ筋商品，死に筋商品，基準商品と定義する．さらに，式 (3) を満たすパラメータを $\lambda = \lambda_0$とすると，単位時間当たりのフェイス占有費用は $\beta = \lambda_0 \alpha_1$と与えられる．

3. 方策と期待利益

本稿では，特定カテゴリーにおける仕入個数 m 個の新商品に対して，$T(> 0)$ 期間のテスト販売を実施することを考える．このとき，テスト期間中の累積需要量が $k(k = 1, 2, \cdots, m)$ 以上の商品を売れ筋商品と識別し，このような商品に対しては通常セールを継続する．これに対して，時刻 Tにおける累積需要量が k未満の商品は死に筋商品と判断し，その残存在庫を出荷価格で納入企業に返品する．このとき，小売店舗が支払うべき返品契約費用を c_rとし，商品1個あたりの返品処理費用を c_sとする．

このような方策の下で小売店舗の期待利益は

$$\begin{aligned} P_{1j}(k) \quad = \quad & \sum_{i=0}^{k-1} [i\alpha_1 - \beta T - (m-i)c_s] p_i(\lambda_j) \qquad (4) \\ & + \sum_{i=k}^{m-1} \left[m\alpha_1 - \beta \left(T + \frac{m-i}{\lambda_j} \right) \right] p_i(\lambda_j) \\ & + \sum_{i=m}^{\infty} \left[m\alpha_1 p_i(\lambda_j) - \frac{m\beta}{\lambda_j} p_{i+1}(\lambda_j) \right] - c_r, \\ & k = 0, 1, 2, \cdots, m, \quad j = 1, 2, \end{aligned}$$

となる．

4. 総期待利益と最適政策

ここで，新商品が売れ筋商品，死に筋商品となる事前確率を $q_1, q_2 (= 1 - q_1)$ とすると，小売店舗の総期待利益は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} P_0(k) \quad = \quad & q_1 P_{11}(k) + q_2 P_{12}(k), \\ & k = 0, 1, 2, \cdots, m. \end{aligned} \tag{5}$$

式 (5) の総期待利益 $P_0(k)$ の kに関係のある項を $D(k)$ とおき，$D(k)$ の kに関する差分をとると

$$\begin{aligned} \Delta D(k) \quad \equiv \quad & D(k+1) - D(k) \\ = \quad & (k-m) \Bigg[q_1 \left(\alpha_1 + c_s - \frac{\beta}{\lambda_1} \right) p_k(\lambda_1) \\ & + q_2 \left(\alpha_1 + c_s - \frac{\beta}{\lambda_2} \right) p_k(\lambda_2) \Bigg], \\ & k = 0, 1, 2, \cdots, m-1, \end{aligned} \tag{6}$$

を得る．さらに，$\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_1 > 0$であることから，$\Delta D(k) \geq 0$は，

$$\begin{aligned} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^k \quad \leq \quad & -\frac{q_2(\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_2)}{q_1(\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_1)} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)T}, \\ & k = 0, 1, 2, \cdots, m-1, \end{aligned} \tag{7}$$

と等価である．ここで，式 (7) の左辺を $L_1(k)$ とし，右辺を r_1とおく．このとき，$\lambda_1 > \lambda_2$より $L_1(k)$ は kに関して非減少である．さらに，$\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_2 < 0$が成立するならば $r_1 > 0$を得ることから，最適政策は以下のような場合分けの下で議論できる．

a) $\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_2 < 0$.
　このとき，さらに以下の場合分けが必要となる．

　(i) $r_1 \leq L_1(0)$. このとき，総期待利益 $P_0(k)$ は kに関して非増加となり，最適政策 $k_1^* = 0$ を得る．

(ii) $L_1(0) < r_1 < L_1(m-1)$. ここでは，$P_0(k)$ は kに関して増加から減少へ一度だけ変化することから $0 < k_1^* < m$が存在する．

(iii) $L_1(m-1) \le r_1$. このような場合，$P_0(k)$は kに関して非減少となり $k_1^* = m$を得る．

b) $\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_2 \ge 0$.
このような場合，$r_1 \le 0$となり $k_1^* = 0$を得る．

ここで，a)(ii) の場合を検討すると

$$
\begin{aligned}
k_1^* \;\le\; & \frac{(\lambda_1-\lambda_2)T + \ln[-q_2\lambda_1(\alpha_1+c_s-\beta/\lambda_2)]}{\ln\lambda_1 - \ln\lambda_2} \\
& - \frac{\ln[q_1\lambda_2(\alpha_1+c_s-\beta/\lambda_1)]}{\ln\lambda_1 - \ln\lambda_2}, \\
& k^* = 1, 2, \cdots, m-1, \qquad (8)
\end{aligned}
$$

を得る．さらに，式 (8) の右辺を k_Uとおくと，$k_1^* = [k_U]$ となる．但し，$[\cdot]$ は $\cdot$ を超えない最大の整数を意味する．

5. 総期待損失と最適政策

既述の方策の下では，真に新商品が売れ筋商品である場合にも，時刻 Tにおける累積需要量が k未満となれば，誤って死に筋商品と識別し在庫商品を納入企業に返品することとなる．しかしながら，真のパラメータが $\lambda = \lambda_1 \in \Lambda_1$であることが既知であれば，このような判断誤りを犯すことにより在庫商品を返品することはない．このような場合，小売店舗の期待利益は次式で与えられる．

$$
\begin{aligned}
P_{21}(k) \;=\; & \sum_{i=0}^{m-1}\left[m\alpha_1 - \beta\left(T + \frac{m-i}{\lambda_1}\right)\right]p_i(\lambda_1) \\
& + \sum_{i=m}^{\infty}\left[m\alpha_1 p_i(\lambda_1) - \frac{m\beta}{\lambda_1}p_{i+1}(\lambda_1)\right] - c_r, \\
& k = 0, 1, 2, \cdots, m. \qquad (9)
\end{aligned}
$$

以上のことから，売れ筋商品に対して判断誤りを犯すことによる期待損失は次式で与えられる．

$$C_1(k) \;\equiv\; P_{21}(k) - P_{11}(k). \qquad (10)$$

一方，本方策の下では，真の死に筋商品に対しても，期間 $(0, T]$ における需要量が k以上となる場合には，誤って売れ筋商品と判断し通常セールを継続することとなる．しかしながら，$\lambda = \lambda_2 \in \Lambda_2$であることが既知の場合には，このような商品の販売はテスト期間終了後直ちに中止し，在庫を納入企業に返品すべきである．このとき，期待利益は

$$
\begin{aligned}
P_{22}(k) \;=\; & \sum_{i=0}^{m-1}[i\alpha_1 - \beta T - (m-i)c_s]p_i(\lambda_2) \qquad (11) \\
& + \sum_{i=m}^{\infty}\left[m\alpha_1 p_i(\lambda_2) - \frac{m\beta}{\lambda_2}p_{i+1}(\lambda_2)\right] - c_r, \\
& k = 0, 1, 2, \cdots, m,
\end{aligned}
$$

となる．したがって，死に筋商品に対して判断誤りを犯すことによる期待損失

$$C_2(k) \;\equiv\; P_{22}(k) - P_{12}(k), \qquad (12)$$

を得る．

以上に求めた2種類の期待損失を用いて，総期待損失は次式で与えられる．

$$C_0(k) \;\equiv\; q_1C_1(k) + q_2C_2(k). \qquad (13)$$

ここで，式 (13) の kに関する差分を $\Delta C_0(k)$ とおくと，$\Delta C_0(k) \ge 0$は次式と等価となる．

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^k \;\ge\; & -\frac{q_2(\alpha_1+c_s-\beta/\lambda_2)}{q_1(\alpha_1+c_s-\beta/\lambda_1)}e^{(\lambda_1-\lambda_2)T}, \\
& k = 0, 1, 2, \cdots, m-1. \qquad (14)
\end{aligned}
$$

このとき，式 (14) の左辺を $L_2(k)$ と，右辺を r_2とおくと，最適政策は以下のようになる．

c) $\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_2 < 0$.
このとき，さらに以下の場合分けが必要となる．

(i) $r_2 \le L_2(0)$. このとき，$C_0(k)$ は kに関して非減少となり，最適政策 $k_2^* = 0$を得る．

(ii) $L_2(0) < r_2 < L_2(m-1)$. ここでは，$C_0(k)$ は kに関して減少から増加へ一度だけ変化することから，$0 < k_2^* < m$が存在する．

(iii) $L_2(m-1) \le r_2$. このとき，総期待損失は kに関して非増加となり，$k_2^* = m$を得る．

d) $\alpha_1 + c_s - \beta/\lambda_2 \ge 0$.
ここでは，$r_2 \le 0$となり，最適政策 $k_2^* = 0$を得る．

さらに，$L_1(k) = L_2(k)$，$r_1 = r_2$が成立することから，c)(ii) において総期待損失を最小とする $k_2^* = [k_U]$ となることが分かる．

6. 結言

以上のことから，返品条件付契約を念頭においた新商品テスト販売政策における利益最大化モデルの k_1^*と期待損失最小化モデルの k_2^*は等しくなることが明らかとなった．すなわち，

$$k_1^* = k_2^* = [k_U], \qquad (15)$$

を得た．換言すると，$[k_U]$ は総期待利益を最大化すると同時に，総期待損失を最小とする識別基準である．

参考文献

[1] Sandoh,H. and A.Murahara (1997), Optimal New Brand Monitoring Strategy for Retailing. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **40**, 590-600.