小売業における特別展示商品に対する最適発注量
- 鏡の効果 -

02103234　神戸商科大学大学院　＊　川勝 英史　KAWAKATSU Hidefumi
01204194　流通科学大学情報学部　三道 弘明　SANDOH Hiroaki
01503164　神戸商科大学商経学部　濱田 年男　HAMADA Toshio

1. はじめに

筆者等は小売業において,「在庫量が多い程良く売れ,少なくなるとあまり売れなくなる」という性質を持つ商品に対して,経済的発注量 [1] 及び,単位時間当り総利益を最大にする POQ(Profita ble Order Quantity) を求めるためのモデルを提案している [2]. 本研究では,展示されている商品の量を実際よりも多く見せるために,売場スペースに鏡を設置した場合の効果について考察する.

2. モデル

本研究では以下の場合を考える. (1) 商品の需要は確定的であるが,在庫量が多い程良く売れ,在庫量が少なくなるとあまり売れなくなる. (2) 展示されている商品の量が実際より多く見えるように鏡を設置する. (3) バックルーム在庫は認めず,在庫量の上限 Q_U を制約として与える. (4) 在庫水準が Q_0 となった時点で $Q-Q_0$ を発注する. 従って,最大在庫量を Q とすることとなり,$0 \leq Q_0 < Q$ である. (5) リードタイムは 0 であり,入庫速度は無限大とする. ただし,時刻 t における累積需要量 $m(t)$ は次式を満足すると仮定する.

$$dm(t)/dt = \lambda[2Q-2m(t)]+\mu \qquad (1)$$

式 (1) は,時刻 t における需要速度 (単位時間当り需要量) が,現在の在庫量及び鏡による見せかけの在庫量に比例する部分 (比例定数 $\lambda>0$) と定数 (一定の需要量 μ) とからなることを意味している.

初期条件を $m(0)=0$ として,式 (1) の微分方程式を解くと次式を得る.

$$m(t)=\left(Q+\frac{\mu}{2\lambda}\right)\left(1-e^{-2\lambda t}\right) \qquad (2)$$

よって,時刻 t における在庫量を $A(t)$ とすると

$$A(t)=Q-m(t)=\left(Q+\frac{\mu}{2\lambda}\right)e^{-2\lambda t}-\frac{\mu}{2\lambda} \qquad (3)$$

となる.

以下では,単位時間当り総利益を導出する.

初めに在庫量が Q_0 となるまでに要する時間 T を求めると

$$T=\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{Q+\rho}{Q_0+\rho} \qquad (4)$$

を得る. ここに,$\rho=\mu/(2\lambda)$ である.

次に $(0,T]$ における延べの在庫量 $B(Q,Q_0)$ を求めると

$$B(Q,Q_0)=\frac{Q+\rho}{2\lambda}(1-e^{-2\lambda T})-\rho T \qquad (5)$$

となる. よって,単位在庫の単位時間当り在庫維持管理費用を c_1,1 回当り発注費用を c_2 とすると,単位時間当り総利益は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} P(Q,Q_0) &= \frac{\alpha m(T)-c_1B(Q)-c_2}{T} \\ &= \frac{(2\alpha\lambda-c_1)(Q-Q_0)-2c_2\lambda}{\ln(Q+\rho)-\ln(Q_0+\rho)}+c_1\rho \qquad (6) \end{aligned}$$

ここに,α は単位商品当りの粗利益を表す.

3. 最適な最大在庫

ここでは,在庫量の上限 Q_U を無視した上で,発注点 Q_0 を与えたときに,$P(Q,Q_0)$ を最大にする $Q=Q^*$ について解析を行った結果を以下にまとめる.
$\beta\equiv 2\alpha\lambda-c_1$ とおいて,$\beta<0$,$\beta=0$,$\beta>0$ のそれぞれの場合を考えることとする.

(1) $\beta<0$ のとき,有限の $Q^*(>Q_0)$ が唯一存在する. これを $Q^*=S_1(Q_0)$ と書くこととすると,単位時間当り総利益は次式で与えられる.

$$P(Q^*,Q_0)=\beta S_1(Q_0)+2\alpha\lambda\rho \qquad (7)$$

(2) $\beta=0$ のとき,最適解は $Q^*=+\infty$ であり,単位時間当り総利益は次式で与えられる.

$$P(Q^*,Q_0)=c_1\rho=2\alpha\lambda\rho \qquad (8)$$

(3) $\beta>0$ のとき,最適解は $Q^*=+\infty$ であり,単位時間当り総利益は

$$P(Q^*,Q_0)=+\infty \qquad (9)$$

で与えられる.

4. 最適な発注点

ここでは，Q を与えたときの，式 (6) の単位時間当り総利益を最大にする発注点 Q_0^* を求める．
$\beta \gtreqless 0$ のとき，$\partial P(Q,Q_0)/\partial Q_0 \geq 0$ は

$$(Q_0+\rho)\ln\frac{Q+\rho}{Q_0+\rho}-(Q-Q_0) \lesseqgtr -\frac{2c_2\lambda}{\beta} \qquad (10)$$

に等価である．
なお，式 (10) の左辺を $L(Q_0|Q)$ とおく．
$\beta<0$，$\beta=0$，$\beta>0$ のそれぞれの場合についての解析結果を以下にまとめる．

(1) $\beta<0$ の場合，$P(Q,Q_0)$ を最大にする Q_0 は $Q_0^*=0$ であり，単位時間当り総利益は

$$P(Q,Q_0^*)=\frac{\beta Q-2c_2\lambda}{\ln(Q+\rho)-\ln\rho}+c_1\rho \qquad (11)$$

で与えられる．

(2) $\beta=0$ の場合，$P(Q,Q_0)$ を最大にする Q_0 は $Q_0^*=0$ である．よって，単位時間当り総利益は

$$P(Q,Q_0^*)=-\frac{2c_2\lambda}{\ln(Q+\rho)-\ln\rho}+c_1\rho \qquad (12)$$

となる．

(3) $\beta>0$ の場合，$P(Q,Q_0)$ を最大にする Q_0 は以下のようになる．

(a) $L(0|Q)=\rho\ln\frac{Q+\rho}{\rho}-Q<-\frac{2c_2\lambda}{\beta}$ の場合．
このとき，正の $Q_0^*(<Q)$ が唯一存在する．この Q_0^* を $S_2(Q)$ と書くこととすると，単位時間当り総利益 $P(Q,Q_0^*)$ は

$$P(Q,Q_0^*)=\beta S_2(Q)+2\alpha\lambda\rho \qquad (13)$$

で与えられる．

(b) $L(0|Q)=\rho\ln\frac{Q+\rho}{\rho}-Q\geq-\frac{2c_2\lambda}{\beta}$ の場合．
このとき，$P(Q,Q_0)$ を最大にする Q_0 は $Q_0^*=0$ であり，単位時間当り総利益は式 (11) で与えられる．

5. 最適政策

最大在庫量 Q に対する上限 Q_U を考慮すると，3.，4. の解析結果より，最適政策 (Q^{**},Q_0^{**}) は以下のようになる．

(1) $\beta<0$ のとき，$Q_0^{**}=0$ であり，Q^{**} は次式で与えられる．

$$Q^{**}=\begin{cases} S_1(0), & S_1(0)\leq Q_U \\ Q_U, & S_1(0)>Q_U \end{cases} \qquad (14)$$

このときの単位時間当り総利益は式 (7)，式 (11) より

$$P(Q^{**},Q_0^{**}) = \begin{cases} \beta S_1(0)+2\alpha\lambda\rho, & S_1(0)\leq Q_U \\ \frac{\beta Q_U-2c_2\lambda}{\ln(Q_U+\rho)-\ln\rho}+c_1\rho, & S_1(0)>Q_U \end{cases} \qquad (15)$$

で与えられる．

(2) $\beta=0$ のとき，最適政策は $(Q^{**},Q_0^{**})=(Q_U,0)$ である．このときの単位時間当り総利益は

$$P(Q^{**},Q_0^{**})=-\frac{2c_2\lambda}{\ln(Q_U+\rho)-\ln\rho}+c_1\rho \qquad (16)$$

で与えられる．

(3) $\beta>0$ のとき，最適政策は以下のようになる．

(a) $L(0|Q_U)<-\frac{2c_2\lambda}{\beta}$ の場合．
この場合，最適政策は $(Q^{**},Q_0^{**})=(Q_U, S_2(Q_U))$ である．このときの単位時間当り総利益は

$$P(Q^{**},Q_0^{**})=\beta S_2(Q_U)+2\alpha\lambda\rho \qquad (17)$$

で与えられる．

(b) $L(0|Q_U)\geq-\frac{2c_2\lambda}{\beta}$ の場合．
この場合，最適政策は $(Q^{**},Q_0^{**})=(Q_U,0)$ である．このときの単位時間当り総利益は

$$P(Q^{**},Q_0^{**})=\frac{\beta Q_U-2c_2\lambda}{\ln(Q_U+\rho)-\ln\rho}+c_1\rho \qquad (18)$$

で与えられる．

なお，紙数の都合上，数値例は当日発表させて頂く．

参考文献

[1] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する経済的発注量，日本 OR 学会秋季研究発表会アブストラクト集，(1998)，68-69.

[2] 川勝英史，三道弘明，濱田年男，小売業における特別展示商品に対する最適発注量-単位時間当り総利益の最大化-，日本 OR 学会春季研究発表会アブストラクト集，(1999)，228-229.