1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

多段ファジイ推論を用いたカオス時系列予測とその応用

*九州大学経済学部　岸川 善紀　KISHIKAWA Yoshinori
九州大学経済学部　時永 祥三　TOKINAGA Shozo

1　まえがき

本報告では多段ファジイ推論を用いたカオス時系列予測と, その応用について述べる。入力を数段階に分散して用いる多段ファジイ推論は, 1段のシステムと比較してルール数を大幅に削減でき, しかも性能が同程度であるので, 入力変数を多く用いる決定問題に適している[1][3]。一方, カオスは決定論的にシステムが記述されるので, ファジイ推論で関数近似, 予測を行なう問題として取り扱える。応用としてレスラー方程式で生成される時系列の予測をとりあげる。

2　多段ファジイ推論

最初に, 多段ファジイ推論のルールとその出力について整理しておく。いま N段階の多段ファジイ推論を考え $i(i=1,2,...,N)$ 段目のルール集合には $n_i(i=1,2,...,N)$ 個の if-then ルールがある。

If x_1 is A^1_{11} and ... and x_M is A^1_{1M}
　then y_1 is w^1_1
If x_1 is A^2_{11} and ... and x_M is A^2_{1M}
　then y_1 is w^2_1
　......
If x_1 is $A^{n_1}_{11}$ and ... and x_M is $A^{n_1}_{1M}$
　then y_1 is $w^{n_1}_1$
......
If x_1 is $A^{n_N}_{N1}$ and ... and x_M is $A^{n_N}_{NM}$ and y_{N-1} is $B^{n_N}_N$
　then y_N is $w^{n_N}_N$ (1)

ここで x_j $(j=1,2,...,M)$ はそれぞれの段階における入力であり, A^k_{ij} はファジイ集合である。数値 w^k_i はそれぞれのルールのウェイトである。i段における出力 $y_i(i=1,2,...,N-1)$ は中間的な変数であり, これは次の段における入力として用いられる。最終的な N段における出力 y_N がシステムの出力である。このとき, 簡易推論では i 段の出力は次のようにして計算される (defuzzification)[2]。

$$\mu^k_i=\prod_{j=1}^{M^*}\mu A^k_{ij}(x_j) \tag{2}$$

$$y_i=\sum_{k=1}^{N_i}\mu^k_i w^k_i/\sum_{k=1}^{N_i}\mu^k_i \tag{3}$$

ここで μA^k_{ij} はファジイ集合 A^k_{ij}のメンバーシップ関数であり, μ^k_i は, i 段目, k番目のルールの適合度である。M^* は i 段階への入力数でありその最大値は $M+1$ である。通常は入力の一部しか利用しないので M^*は $M+1$ より十分に小さい。

μ^k_i を ウェイト w^k_iで掛けながら合計すると出力がえらる。メンバーシップ関数$\mu B^k_i(y_{i-1})$ は出力変数のため $\mu A^k_{ij}(x_j)$ の代わりに用いられる。

以下の議論ではウェイト w^k_iとメンバーシップ関数の形状がシステムの性能を左右する。w^k_iはニューラルネットワーク設計における逆伝搬法を用いて最適化できる。メンバーシップ関数の形状は GA を用いて最適化する。これらの最適化手法は交互に使用される。最初, w^k_iを固定しメンバーシップ関数を最適化し, この後 w^k_iを最適化する。

$$J=(y-y^B)^2/2 \tag{4}$$

を最小化する w^k_iは次のように与えられる。

$$\delta_N=y-y^B \tag{5}$$

$$\Delta w^k_{i-2}(t)=-\alpha\delta_{i-1}\frac{\mu^k_{i-2}}{\sum_k\mu^k_{i-2}}+\eta\Delta w^k_{i-2}(t-1) \tag{6}$$

$$\delta_{i-1}=\sum_k\delta_i\frac{\sum_k w^k_{i-1}-\sum_k w^k_{i-1}\mu^k_{i-1}}{(\sum_k\mu^k_{i-1})^2}$$
$$\frac{\partial\prod_{j=1}^{M^*}\mu A^k_{i-1j}(q^j_{i-2})}{\partial q^k_{i-2}} \tag{7}$$

q^k_i は i 段, k番目の入力変数, α, η は収束のためのパラメータである。

3 GA によるメンバーシップ関数最適化

メンバーシップ関数の形状として三角形を仮定し,その特徴点は底辺の 2 つの座標 b_1, b_2 と,数値 1 をとる座標 b_c の 3 つをとり,これを次のようなストリングで表現したものを個体とする [4]。

$$b_1^1, b_c^1, b_2^1, \ldots\ldots, b_1^K, b_c^K, b_2^K$$

ただし,これらの変数の上の添字はすべてのメンバーシップ関数に対応し,第 1 段の第 1 番目ルールの第 1 変数から始まり,最終的に第 N段の第 n_N番目ルールの第 M^* 変数まで変化する。Kはこれらの合計である。個体の交差処理,突然変異処理は通常の GA と同じである。

ウェイト w_i^kの最適化を含めてアルゴリズムとして示すと次のようになる。

(1) ウェイトメンバーシップ関数の形状の初期値を与え
(2) ウェイトを最適化。
(3) 個体ごとの適応度を計算。
(4) 適応度順に個体ペアを交差処理,新個体生成
(5) 適応度の低い個体の置き換え
(6)GA を必要回数だけを適用 ((2) から (3) まで)

GA を適用する条件は以下のとおりである。

i)GA の個体数は 50
ii) 突然変異の確率は 0.15
iii) 個体の 1/4 を入れかえる
iv)BP は 40 回繰り返し
v)GA は 30 回で終了

GA の適用には適応度の比例して個体が選択されるルーレット戦略を用いる。

4 応用例

カオス時系列を発生するシステムをファジイ推論により求めるメリットとして決定論的な方程式を得るので通常の線形予測に見られるような位相のずれがなくなることがある。

以下では,良く知られているレスラー方程式により生成される時系列の予測問題にを考察する。

$$dx/dt = -y - z \tag{8}$$

$$dy/dt = x + \alpha y \tag{9}$$

$$dz/dt = \beta - \gamma z + xz \tag{10}$$

これに対し多段ファジイを適用した結果をまとめる。

時系列のサンプル数を 1000 とし,次の 2 つの学習条件を与える。

ケース 1:最初の 700 個を用いて学習残りで予測を検証
ケース 2:最初の 200 個を用いて学習残りで予測を検証

図 1,2 にはそれぞれケースの場合の予測の状況を示している。これより分るように,ケース 1 では良好な結果を与えている。ケース 2 でも満足できる結果である。

なお,GA を用いないでウェイトの最適化だけを逆伝搬法を用いて最適化する場合,あるいは通常のモデルを用いた予測の場合との比較は省略しているが,ここにあげた結果より悪くなっている。

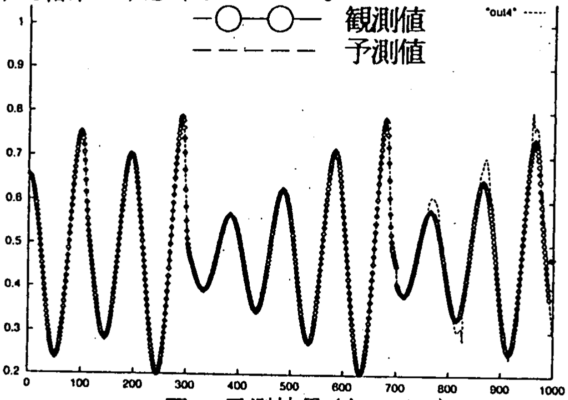

図 1. 予測結果 (ケース 1)

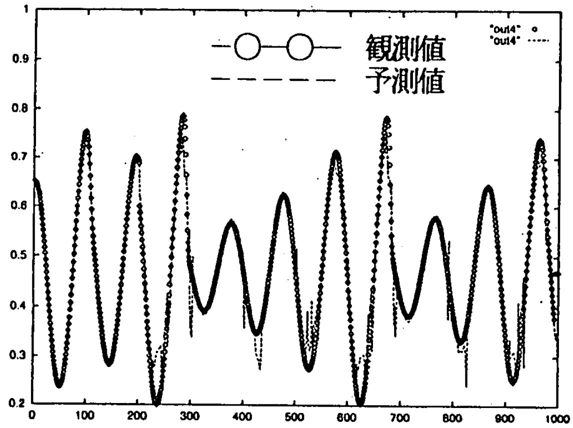

図 2. 予測結果 (ケース 2)

参考文献

[1]L.A.Zadeh:"Fuzzy sets", Information and Control,8, pp.338-353 (1996).

[2]S.Murakami and M.Maeda:"Automobile speed control system using a fuzzy logic controller", in Industrial Aplications of Fuzzy Control, ed. M.Sugeno, pp.105-123, Elsvier Science Publishers (1985).

[3]L.Wang and J.M.Mendel:"Generating fuzzy rules by learning from examples",IEEE Trans.,System,Man,Cybernetics, Vol.22,No.6,pp.1414-1427 (1992).

[4]K.Tan and S.Tokinaga :"Optimization of fuzzy inference rules by using the Genetic Algorithm and its application to the bond rating", Proc. JORSJ,Vol.42,No.2 to appear(1999).