1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

0-1ナップサック問題に対する メタヒューリスティックスの性能評価

02502320　中央大学　*平田 敦　HIRATA Atsushi

1　はじめに

メタヒューリスティックスとは, 近傍探索を基礎とする組合せ最適化手法の総称である. 代表的なものに, 多スタート局所探索法, 模擬アニーリング法, 遺伝的アルゴリズムなどがあり, 様々な組合せ最適化問題に対する応用が見られる [1]. しかし, これらの手法を系統的に比較した研究は少なく, また, 問題によっては異なる性能を示す可能性もあるため, 様々な問題に対して比較を行い, 結果の蓄積が必要であると考えられる. 本稿では, いくつかの代表的な手法を取り上げ, 0-1ナップサック問題に適用する.

2　メタヒューリスティックス

2.1　多スタート局所探索法

ランダムに生成した複数個の初期解に対して局所探索法 (LS) を適用し, その中での最良解を出力する方法を多スタート局所探索法 (MLS) と呼ぶ [1, 2].

また, MLS 法での初期解をランダム性を加えた貪欲法により生成する GRASP 法 [3], 過去の探索で得られた局所的最適解を利用し, その周辺の解を初期解とする反復局所探索法 (ILS) [6] なども MLS 法と同様の枠組みを持つ方法である.

GRASP 法では, 目的関数に対する局所的な評価値の高い要素をパラメータ γ $(0 \le \gamma \le 1)$ で大きさを制御したリストに保持し, その中からランダムに要素を選ぶことで準貪欲解なる初期解を生成する.

ILS 法では, 前回の反復で得られた局所的最適解 $\boldsymbol{x}$ に対して $\delta = f(\boldsymbol{x}) - f(\boldsymbol{x}_{\text{best}})$ とし, $\delta \ge 0$ なら確率 1で, $\delta < 0$ なら確率 p で解 $\boldsymbol{x}$ を選択し, その解の 4-opt 近傍内の解を次のステップの初期解とする. ただし, $\boldsymbol{x}_{\text{best}}$ は過去の探索での最良解を表す.

MLS 法, GRASP 法, ILS 法では, N 回の反復の間, 改善解が無いとき探索を終了する.

2.2　模擬アニーリング法

模擬アニーリング法 (SA) とは, 近傍探索の過程に解の良さに応じた遷移確率を導入し, その挙動を温度と呼ばれるパラメータで制御する方法である [4].

*中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻(伊理研究室), 〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27, e-mail: ahirata@iri-lab.ise.chuo-u.ac.jp

本稿では, 温度 T, 初期解の受理確率 IP, ループ反復回数 L, 温度減少率 TF, 凍結温度 F の5つのパラメータを導入し, 以下のアルゴリズムを用いる.

Algorithm SA
1. 初期解をランダムに生成し, 暫定解とする. 初期温度 T は, 初期解の受理確率がおよそ IP となるように設定する.
2. $k = 0$ とし, $k < L$ の間, 以下を繰り返す. 解 $\boldsymbol{x}$ の近傍内から解 $\boldsymbol{x}'$ をランダムに選び, $\delta = f(\boldsymbol{x}) - f(\boldsymbol{x}')$ とし, $\delta \le 0$ なら確率1で, $\delta > 0$ なら確率 $\mathrm{e}^{-\delta/T}$ で $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}'$ とする. また, $\delta \le 0$ なら $k = 0$, $\delta > 0$ なら $k = k + 1$ とする.
3. $T \le F$ なら探索を終了. $T > F$ なら $T = TF{\cdot}T$ とし, ステップ 2 へ.

また, T の代わりに閾値 Γ と呼ばれるパラメータを導入し, SA 法のステップ 2 で, $\delta \le \Gamma$ なら $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}'$ とする方法を Threshold Accepting (TA) と呼ぶ [2].

2.3　遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (GA) [1, 2] については, 交叉法を一様交叉, 突然変異を 4-opt 近傍内の解へのランダムな遷移とし, 淘汰規則は以下の通りとする.

Algorithm GA
1. $|P|$ 個の解をランダムに生成し, 初期集団 P とする. 集団内での最良解を暫定解とする.
2. 集団 P の中から2つの解 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2$ をランダムに選択し, いずれか一方を突然変異させる.
3. 解 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2$ を交叉させ, 解 $\boldsymbol{x}_3, \boldsymbol{x}_4$ を生成する.
4. $\{\boldsymbol{x} \in P \mid f(\boldsymbol{x}) \le f(\boldsymbol{x}'), \forall \boldsymbol{x}' \in P\}$ を満たす解 $\boldsymbol{x}$ と解 $\boldsymbol{x}_3$ を比較し, $f(\boldsymbol{x}_3) \ge f(\boldsymbol{x})$ なら $P = P \cup \{\boldsymbol{x}_3\} \setminus \{\boldsymbol{x}\}$ とする. 同様の操作を解 $\boldsymbol{x}_4$ にも行い, 集団を再編成する. 集団内に改善解があれば暫定解を更新する.
5. N 回の反復の間, 改善解が無ければ探索を終了. さもなければ, ステップ 1 へ.

また, ステップ 3 で生成された解 $\boldsymbol{x}_3, \boldsymbol{x}_4$ に LS 法を適用し, 局所的最適解まで改善した後に集団を再編成する方法を遺伝的局所探索法 (GLS) と呼ぶ [2].

3　計算機実験による性能評価

表1　メタヒューリスティックスの各手法による解の精度†

problem type	size n	MLS ε_{m}	MLS ε_{b}	GRASP ε_{m}	GRASP ε_{b}	ILS ε_{m}	ILS ε_{b}	SA ε_{m}	SA ε_{b}	TA ε_{m}	TA ε_{b}	GA ε_{m}	GA ε_{b}	GLS ε_{m}	GLS ε_{b}
uncor.	100	0.607	0.088	0.062	0	0.026	0	0.008	0	0.001	0	0.022	0	0	0
	200	1.162	0.645	0.001	0	0.001	0	0.002	0	0.006	0	0.010	0	0	0
weakly cor.	100	0.250	0.088	0.003	0	0.020	0	0.048	0	0.046	0	0.004	0	0	0
	200	0.278	0.215	0.111	0.060	0	0	0.129	0.035	0.098	0.018	0.027	0	0	0
strongly cor.	100	2.591	2.093	0.003	0	0.001	0	0.001	0	0.001	0	0.009	0	0	0
	200	4.162	3.430	0.195	0.131	0.039	0	0.073	0	0.006	0	0.136	0	0.024	0
inv. str. cor.	100	3.075	1.891	0	0	0	0	0	0	0.001	0	0.040	0	0	0
	200	3.733	3.486	0.270	0.178	0	0	0.001	0	0.001	0	0.119	0	0	0

† 紙面の都合上, 各手法の計算時間は当日発表する

3.1　0-1ナップサック問題

0-1ナップサック問題は, 不等式1個を制約条件とする全0-1計画問題として以下のように定式化することができ, NP困難であることが知られている[5].

$$\max \quad \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq C \tag{2}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \ i \in \{0,1,\cdots,n\} \tag{3}$$

ただし, w_i, p_i, C は全て正整数とする.

3.2　近傍

制約式(2)を満たす0-1割当て $\boldsymbol{x} = \{0,1\}^n$ を実行可能解とする. このとき, 実行可能解 $\boldsymbol{x}$ の近傍 $N(\boldsymbol{x})$ を以下に定義する.

$$N(\boldsymbol{x}) = \left\{\boldsymbol{x}' \in \{0,1\}^n \,\middle|\, d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}') \leq 2\right\} \tag{4}$$

ただし, $d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}')$ は, 解 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}'$ のハミング距離を表し, 各アルゴリズムの近傍探索では実行可能解のみを探索する. また, ILS法, GA法で定義された4-opt近傍は $d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}') \leq 4$ を満たす解集合を意味する.

3.3　計算機実験の概要と結果

計算機実験に利用した具体的な問題データはPisinger [5]が作成したGeneratorからのベンチマーク問題である. 本稿では, その中から4つのタイプの問題(サイズ $n = 100, 200$)を利用した. また, 各問題の最適解は動的計画法(計算時間 $0.000 \sim 0.394$ 秒)を用いて求めた. これらの詳細な説明は[5]に譲る.

各手法のパラメータおよび探索の終了条件を

MLS: $N = 10000$ $(14574 \sim 18695)$
GRASP: $\gamma = 0.8, N = 5000$ $(5131 \sim 9077)$
ILS: $p = 0.5, N = 5000$ $(5147 \sim 7584)$
SA,TA: $IP = 0.4, TF = 0.95, L = 5000, F = 1$ $(251483 \sim 298524)$
GA: $|P| = 10, N = 10000$ $(13077 \sim 21431)$
GLS: $|P| = 10, N = 5000$ $(5032 \sim 6350)$

とし(括弧内は実際の反復回数), 100回の独立試行に於ける最適解からの誤差率の平均 $\varepsilon_{\mathrm{m}}[\%]$, 最良解の誤差率 $\varepsilon_{\mathrm{b}}[\%]$ を表1に記す.

計算機実験の結果, いくつかの知見が得られた.

- MLS法に比べてGRASP法, ILS法は高い性能を示した. これより, 良好な初期解を生成することで探索能力を向上させることが分かる.
- SA法, TA法は, ほぼ同程度の性能を示した.
- MLS法, GRASP法では, 問題のタイプにより, 得られる解の精度に偏りがある. 一方, GA法, GLS法などでは得られる解の精度に偏りが無く, 近傍探索に交叉, 突然変異などのランダムな変化を加えることで, タイプの異なる問題に対する汎用性が増すものと考えられる.

4　おわりに

今後は, 実験によって得られた解の分布に対して, 極値理論を用いた統計的な解析を行い, それを基にメタヒューリスティックスの評価を行う予定である.

本研究を進めるにあたり, 適切な御指導を頂いた中央大学の伊理正夫教授に感謝致します.

参考文献

[1] 久保幹雄: メタヒューリスティックス, 離散構造とアルゴリズムIV (室田一雄 編), 近代科学社, 東京, 1995, pp.171–230.

[2] 柳浦睦憲, 茨木俊秀: メタ戦略のロバスト性について, 第8回RAMPシンポジウム論文集, 1996, pp.109–124.

[3] T. A. Feo and M. G. C. Resende: Greedy randomized adaptive search procedures, *Journal of Global Optimization*, Vol.6 (1995), pp.109–133.

[4] D. S. Johnson, C. R. Aragon, L. A. McGeoch and C. Schevon: Optimization by simulated annealing: an experimental evaluation; part I, graph partitioning, *Operations Research*, Vol.37, No.6 (1989), pp.865–892.

[5] S. Martello, D. Pisinger and P. Toth: *New Trends in Exact Algorithms for the 0-1 Knapsack Problem*, Technical report, 97/10, DIKU, University of Copenhagen, Denmark, 1997.

[6] O. Martin, S. W. Otto and E. W. Felten: Large-step Markov chains for the traveling salesman problem, *Complex Systems*, Vol.5, No.3 (1991), pp.299–326.