1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

ジョブの分岐と重複生産を許す 2 工程並列機械フローショップスケジューリング問題: ラグランジュ緩和に基づくヒューリスティックアプローチ

02002990 *今泉 淳 東洋大学 IMAIZUMI Jun
01603200 森戸 晋 早稲田大学 MORITO Susumu

1 はじめに

現在までに，ハイブリッドフローショップの研究は数多くあるが、装置産業に見られるような，上流工程の加工完了品の一部を使って下流工程で加工が行なえる**重複生産**と、上流工程の加工完了品から複数の加工品がつくられる**分岐**を同時に許すモデルは筆者らの知る限り存在せず、納期関連尺度を扱う研究は相対的に少ない.

本研究では，装置産業の生産システムを念頭に置いた 2 工程並列機械フローショップの総納期遅れ最小化スケジューリング問題に対して，Luh et al. [1] のラグランジュ緩和に基づくヒューリスティックアプローチを適用し，解法の性能を実験的に評価する.

2 問題の定義

1. 第 1，第 2 工程がそれぞれ U 台，D 台の並列機械からなる 2 工程のフローショップである.
2. 第 1 工程で作業を終了したジョブは逐次連続的に中間品として溜り，それを使って第 2 工程の作業を開始できる．すなわち，同一ジョブの第 1 工程の作業と第 2 工程の作業が時間軸上で重なって加工されること (重複生産) を許す.
3. 各ジョブは第 2 工程で複数の作業に分岐する．これら作業は同一種類の中間品を共有する.
4. 各作業は，加工される機械と加工時間（日単位)，中間品に換算した量が所与である．分岐した第 2 工程の作業は必ず異なる機械上で加工される．第 1 工程である日に加工を終えた中間品（の部分）は，次の日以降に第 2 工程で利用可能となる．あるジョブの第 1 工程の 1 日間に加工される量は，そのジョブ全体の加工日数と中間品の換算量から計算できる.
5. 作業の中断は許されない.
6. 原材料は常に利用可能である.

このとき，第 2 工程の各作業に与えられる納期遅れの総和を最小にするように，各作業の開始日を決定する．なお，時間軸は第 1 日から開始し，日単位でスケジュールを考える.

3 記号の定義

あるジョブの第 1 工程の作業を「**親作業**」，第 2 工程の作業を「**子作業**」，同じ親作業を有する子作業同士を「**兄弟作業**」と呼ぶ．さらに，以下の記号を定義する.

集合	$\mathcal{M}^u$	第 1 工程の機械の集合
	$\mathcal{M}^d$	第 2 工程の機械の集合
定数	i	親作業 i
	(i,j)	親作業 i の子作業 j
	p_i	親作業 i の加工日数
	$p_{(i,j)}$	親作業 i の子作業 (i,j) の加工日数
	$d_{(i,j)}$	親作業 i の子作業 (i,j) の納期
	m_i	親作業 i を加工する機械
	$m_{(i,j)}$	親作業 i の子作業 (i,j) を加工する機械
変数	δ_{ikt}	作業 i を機械 k で t 期に加工するならば，さもなくば 0
	$\delta_{(i,j)lt}$	作業 (i,j) を機械 l で t 期に加工するならば 1，さもなくば 0
	s_i	親作業 i の開始日
	c_i	親作業 i の終了日
	$s_{(i,j)}$	親作業 i の子作業 (i,j) の開始日
	$c_{(i,j)}$	親作業 i の子作業 (i,j) の終了日
	$T_{(i,j)}$	親作業 i の子作業 (i,j) の納期遅れ

なお，

$$T_{(i,j)} = \max\left\{0, c_{(i,j)} - d_{(i,j)}\right\} \quad (1)$$

である.

4 定式化

以下で，$\sum_{(i,j)}$ は「全ての (i,j) について」を意味する.

4.1 目的関数

$$\min_{s_i, s_{(i,j)}} \sum_{(i,j)} T_{(i,j)} \tag{2}$$

4.2 制約条件

各日の各機械は高々1つの作業しか処理できない.

$$\sum_i \delta_{ikt} \quad \leq 1, \quad \forall k \in \mathcal{M}^u, \forall t \tag{3}$$

$$\sum_{(i,j)} \delta_{(i,j)lt} \quad \leq 1, \quad \forall l \in \mathcal{M}^d, \forall t \tag{4}$$

加工時間に関する条件.

$$s_i + p_i - 1 \quad = \quad c_i, \quad \forall i \tag{5}$$

$$s_{(i,j)} + p_{(i,j)} - 1 \quad = \quad c_{(i,j)}, \quad \forall (i,j) \tag{6}$$

その他の条件.

中間在庫は負になることは許されない. (7)

各作業は中断不可である. (8)

5 ラグランジュ緩和によるアプローチ

5.1 緩和の方法

本問題では第1工程の機械で作業間の機械遊休が無いスケジュールにのみ注目すれば良いが, 第1機械の能力を緩和すると, 各作業の重なりと機械遊休の両者が同時に許されることになり, 原問題の条件からの乖離が大きい. 本アプローチが緩和問題の解を参考に実行可能スケジュールを生成することをふまえると, 元の問題を過度に緩和するのは得策ではない.

そこで, (4) 式に対して π_{lt} なる非負のラグランジュ乗数を考え, 第2工程の機械の能力のみを緩和する.

$$\begin{aligned} \min_{s_i, s_{(i,j)}} \quad & \sum_{(i,j)} T_{(i,j)} \\ & + \sum_t \sum_l \pi_{lt} \left(\sum_{(i,j)} \delta_{(i,j)lt} - 1 \right) \qquad (9) \\ \text{s.t.} \quad & (3), (5), (6), (7), (8) \text{ 式} \end{aligned}$$

これは, 以下のように変形が可能である.

$$\begin{aligned} \sum_{k \in \mathcal{M}^u} \min_{s_i, s_{(i,j)}} & \left[\sum_{(i,j)|m_i=k} \left(T_{(i,j)} + \sum_t \sum_l \pi_{lt} \delta_{(i,j)lt} \right) \right] \\ & - \sum_t \sum_l \pi_{lt} \qquad (10) \\ \text{s.t.} \quad & (3), (5), (6), (7), (8) \text{ 式} \end{aligned}$$

5.2 子問題の特徴

(10) 式の第1項は, 第1工程の機械 k 毎に,

$$\min_{s_i, s_{(i,j)}} \left[\sum_{(i,j)|m_i=k} \left(T_{(i,j)} + \sum_t \sum_l \pi_{lt} \delta_{(i,j)lt} \right) \right]$$

と分解でき, 元の問題よりも規模が小さくなる. しかし, なお組合せ的要素を有し, 多項式オーダー時間では解けない. そこで, 分枝限定法を適用する.

5.3 実行可能スケジュールを得るための手順

緩和問題は子作業の重なりを許すため, 子作業の「重なり」を無くし, 実行可能スケジュールに直すことを考える. 留意すべきなのは, 特定の作業の開始日を早めると兄弟作業に影響を与える可能性があり, 開始日を遅らせると同一機械上の他の作業に影響を与える可能性がある点である. そこで, 緩和問題の各機械の総納期遅れ量に着目した以下の方法を採用する. 第1工程の作業の順序は, 緩和問題の解をそのまま用いる.

step 1 第2工程の各機械の緩和問題の総納期遅れを計算し, その降順に機械を並べ ($M_{[1]}, M_{[2]}, \ldots, M_{[D]}$) とし, $i = 1$ とする.

step 2 $M_{[i]}$ の緩和問題の解の開始日順に作業を並べる. 先頭の作業から「兄弟作業の開始日が, 確定していればそれにしたがって, まだ確定してなければ緩和問題の開始日にしたがって, 親作業の在庫を払い出し, それから得られる当該作業の最早開始日と機械が利用可能な最早日を比べて遅い日を開始日として確定する」という手順を順次施す.

step 3 $i = D$ ならば終了. さもなくば $i = i + 1$ として **step 2** に戻る.

5.4 全体の流れ

緩和問題から下界値を得て, **5.3**の手順から上界値を得て, 劣勾配法によりラグランジュ乗数を更新する, という手順を一定の終了条件を満たすまで反復する.

6 数値例

当日会場で示す.

参考文献

[1] P.B. Luh, D.J. Hoitomt, E. Max, and K.R. Pattipati. Scheduling generation and reconfiguration for parallel machines. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 6, pp. 687–696, 1990.