1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

# ファジィネットワーク上の最小費用流問題

02202714　大阪大学大学院工学研究科　島田文彦　SHIMADA Fumihiko
01005195　大阪大学大学院工学研究科　石井博昭　ISHII Hiroaki

## 1　はじめに

最少費用流問題とは、各アークの単位輸送量あたりのコストが付与されているネットワークにおいて、一定量の品物を供給点から需要点に輸送する際、総コストが最小になるようなルートを求める問題を指す。この問題は様々な現実問題のモデル化として考えられ、その解法も数多く提案されてきた。しかし、これまでの方法の多くは、アークに付与されてきた値はフローの上限および下限と、単位量あたりの輸送コストのみであったが、実際の問題では、そのような数値化が容易なもの以外にも、様々なパラメータがルートの決定に関与していることが多い。そこで、ここでは従来のもの以外の要因に対して意思決定者が満足度を決定し、総コストの最小化と、使用するアークの満足度の下限の最大化の二目的問題として解く。

今回は、まず、存在可能性を無視した状態で通常の最少費用流問題として解き、その解を基に使用するアークの存在可能性の下限が大きくなる方向に更新していく。

## 2　定式化

ここでは、フローを特定の供給点から需要点への流れではなく、どのノードにおいても流れの生成・消滅のない循環流として考える。

ノード集合 $V=\{1,2,\cdots,n,\}$ 、アーク集合 $A\subseteq\{e=(i,j)\mid i,j\in V\}$ で表される有向グラフを $D(V,A)$ とする。ここで、 $A$ の各要素 $e$ にコスト $d(e)\geq 0$ 、フローの下限と上限 $f(e)$ , $g(e)$ $(0\leq f(e)\leq g(e))$ 及び存在可能性 $0\leq\mu(e)\leq 1$ が割り当てられている。また、アーク $e$ を流れるフローを $x(e)$ とし、各ノード $u$ において

$$\sum(x(e)\mid e=uv\in A)-\sum(x(e)\mid e=vu\in A)=0$$

である時、フローベクトル $x\in R^A$ を循環流と呼ぶ。

これらの定義より、次のような二目的最少費用流問題 **BMCFP** を提案する。

**BMCFP:**

$$
\begin{array}{lll}
\text{Minimize} & \sum_{e\in A} d(e)x(e) & \\
\text{Maximize} & \min_{e\in A_X} \mu(e) & \\
\text{s.t.} & \sum_{e=uv\in A} x(e) - \sum_{e=vu\in A} x(e) = 0 \quad \textit{forall} \quad u \in V \\
 & f(e) \le x(e) \le g(e) \quad \textit{forall} \quad e \in A
\end{array}
$$

但し、 $x(e) > 0$ であるアーク $e$ の集合を $A_X$ と置く。

# 3 解法

まず存在可能性を無視した状態で一目的問題として解く。この部分は、従来の方法（[1]）を解法として用いる事が可能となっている。これは、Out-of-Kilter 法を用いて実行可能解を求め、その解をもとに、流量を上限に固定するアークと下限に固定するものを決定し、固定後に同様の操作を繰り返すものである。

その後、存在可能性が小さい順にアークを削除する。ここでは、アークの流量を 0 に固定する事による、従来の方法における更新法の拡張が考えられる。これを用いて、前段階の結果を基にした新しい段階での解を求め、それらの解のうち有用なものを記録する方法を取る。

この様にして複数の解 $(dx, \mu) =$ （ネットワークにおける輸送の総コスト，フローが存在している弧の存在可能性の下限）が求まるので、意思決定者は各自必要とする解を採用すればよい。

# 4 終わりに

ここでは、既に存在している最少費用流問題に対して、アークの存在可能性を考慮した拡張を提案した。まず、存在可能性を無視した状態で一目的問題として解き、その後、その解を基準に多目的問題の解を更新して行く。

問題を解くためのアルゴリズムについては当日の発表で述べるつもりである。なお、この研究は文部省科学研究費基盤研究 (c)(2)10680428 によるものであることを付記しておく。

# 参考文献

[1] Eva Tardos, "A Strongly Polynomial Minimum Cost Circulation Algorithm", *Combinatorica* , 5, pp. 247-255, 1985