訪問頻度を考慮した施設群への Recti-Linear 距離の等高線

02502060　慶應義塾大学　*福澤　毅　FUKUZAWA Tsuyoshi
01107680　慶應義塾大学　栗田　治　KURITA Osamu

1. はじめに

地区内に複数種類の施設が存在するとき，その配置は如何に評価されるべきであろうか．まず，利用者の居場所によって施設配置の評価は異なる，という点に注目せねばならない．加えて，その利用者がどの種類の施設を重要視するか(どの種類の施設を頻繁に訪れるか)によって，施設配置に対する評価は異なって然るべきである．この２つの要件を上手く反映させれば，地区施設配置計画に十全たる評価を与えるための基礎を作ることが出来るのではないだろうか．そのための１つの有効な手段は，利用者から施設への距離に，その利用者の施設毎の利用頻度を乗じて加えたもの(重み付き距離和)に着目することである．

[1]は，直線距離の計量の下で重み付き距離和の等高線を描く方法を追求し，それに基づいて距離分布の解析を行えることに言及した．直線距離はいわば都市内距離の０次近似であるから，これに拘ることには意味がある．しかし，現実の都市を観察すると，多くの地区が格子状の道路パターンを有している．したがって，Recti-Linear 距離の計量下で[1]と同様の分析を行う方法を整備しておくことにも実践的な価値があるものと思われる．

本研究は，上述の認識に基づいて，Recti-Linear 距離の重み付き和の等高線を描くための算法を提案する．本研究の内容と(計算幾何学における)多角形同士の重なり判定算法を併せ用いることにより，重み付き距離和の分布による地区解析を行うことが可能となる．

2. 定式化

地区内に配置すべき J 種の都市施設を直交座標で

$$\mathbf{x}_j = (x_j, y_j) \quad (j = 1,\cdots,J)$$

と与える．また

$$w_j = [\text{利用者が施設 } j \text{ を訪れる頻度}] \ (j = 1,\cdots,J)$$

とし，$w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_J = 1$ と規準化しておく．

そして $\mathbf{u} = (u, v)$ から $\mathbf{x} = (x, y)$ への距離を次式で与える：

$$r(\mathbf{u}; \mathbf{x}) = |u - x| + |v - y| .$$

このとき重み付き距離和は次の通りに記述される：

$$s = \sum_{j=1}^{J} w_j \, r(\mathbf{u}; \mathbf{x}_j) = \sum_{j=1}^{J} w_j \{ |u - x| + |v - y| \} . \qquad (1)$$

ここでは，まず施設数が２つの場合について解説する．

3. 施設が２つ場合の等高線の傾き

まず，$J = 2$ の場合をとりあげ，等高線の構成法を述べよう．

長方形の地区を考える．重み付き距離和が上式の様に１次式で記述されていることから，等高線が直線分の集まりであることは明らかである．２つの施設位置によって地区は図１の様に小領域へと分割され，それぞれの小領域毎に等高線の傾きが特定される．左上の領域から順に(Ⅰ)，(Ⅱ)，…，(Ⅸ)と呼ぶことにする．

小領域(Ⅰ)での等高線の傾き

(1)式から施設１への距離，施設２への距離がそれぞれ等しい点では重み付き距離和が等しいことが読み取られる．図１の点 P は(Ⅰ)と(Ⅳ)の境界線上の点を，点 Q は(Ⅰ)内の点を意味する．図中には P ならびに Q から施設１へ向かう経路を示している．

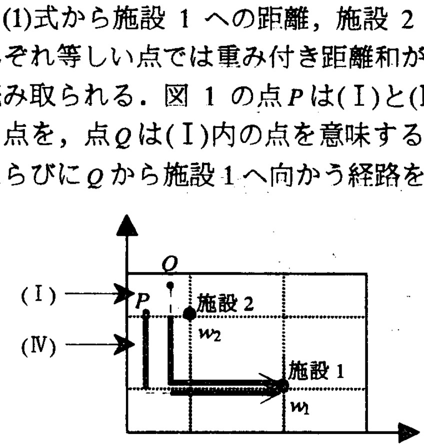

図１：施設１への経路．

ここで施設1へ向かう2つの経路で太線の部分は互いに重なり合う．よって太線以外（図1の破線）の長さが等しければ，PとQとで施設1への距離が等しい値を取る．施設2への距離についても同様である．したがって小領域(I)での等高線は，施設2に端を発する傾き$\pi/4$の直線となる．

小領域(II)での等高線の傾き

(II)と(V)の境界線上にある点Pから横軸方向，縦軸方向にそれぞれs,t $(s,t>0)$だけ移動した点Qに注目する．

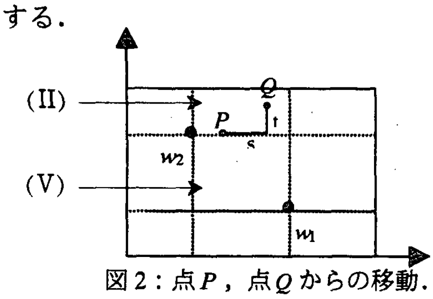

図2：点P，点Qからの移動．

・$s>t$の場合，移動する前に比べて移動した後の点は施設1については$(s-t)$だけ近くなり，施設2については$(s+t)$だけ遠くなる（図2）．重み付き距離和が等しくなるためには，この差が相殺されなければならない：

$$w_1(s-t)=w_2(s+t).$$

これを変形すると次式を得る：

$$t=\frac{w_1-w_2}{w_1+w_2}s=(w_1-w_2)s.$$

よって等高線の傾きは(w_1-w_2)となる．

・$s<t$の場合，$s>t$の時と同様な取り扱いにより次式を得る：

$$t=\frac{w_1-w_2}{w_1+w_2}s=(w_1-w_2)s.$$

これは$s>t$の場合と同様の結果である．つまり小領域(II)での等高線の傾きは常に(w_1-w_2)である．

小領域(V)での等高線の傾き

・$w_1=w_2$の場合，(V)内のある点Pから各施設への距離和は(V)の周長の半分となる（図3）．等高面は(V)で真っ平らになり，かつその面が重み付き距離和の最小値をとる．つまり最小値を取る点は(V)内で不定である．

・$w_1\neq w_2$の場合，等高面の最小値を取る点は，利用頻度の大きい方の施設位置と一致する．小領域(I)と同様な取り扱いにより，等高線の傾きは$\pi/4$もしくは$-\pi/4$となる．

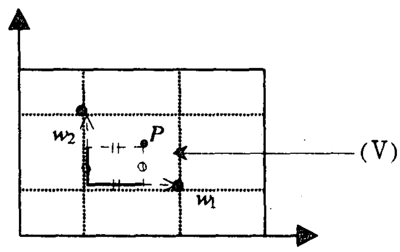

図3：Pから各施設への経路．

まとめ

(III)，(IV)，(VI)，(VII)，(VIII)，(IX)における等高線も，対称性によって，前述と同様に記述される．すなわち，ある小領域で等高線の始点を求めさえすれば，等高線の追跡をシステマティックに行えるのである．

$J=3$の場合も同様に記述できる（紙面の都合で割愛）．$J\geq 4$の場合も，等高線が多角形で構成される，という特徴に基づき，一般的な描画算法が構成できる．

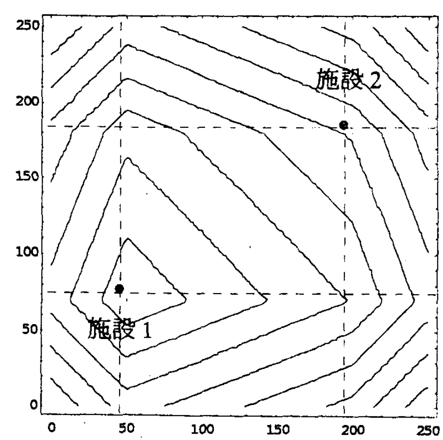

図4：$J=2$の等高線の例（$w_1=0.7, w_2=0.3$）．

4．参考文献

[1]栗田　治（1998）：訪問頻度を考慮した施設群への距離の等高線，日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集，2-P-6，pp.210－211．