1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

評価者と被評価者の基準を取り入れた DEA モデル

02401460 東京理科大学 生田目 崇 NAMATAME Takashi
02202760 東京理科大学 *佐藤 俊索 SATO Shunsaku
01701440 東京理科大学 山口 俊和 YAMAGUCHI Toshikazu

1. はじめに

DEA (Data Envelopment Analysis) は多入力多出力システムの相対的かつ総合的な効率性評価をおこなう手法である [1, 4]. DEA では，それぞれの入出力項目にウェイトをかけた和（これを仮想的入出力という）の比を評価尺度とする．その際のウェイトは正値であることとすべての評価対象である DMU (Decision Making Unit) の効率値を1以下にするという制約以外には制限がなく，各 DMU に対して自由にウェイトを定めることができる．そのため，DMU の座標位置によっては，評価者が許容できないほど高い（もしくは低い）ウェイトを割り当ててしまう場合もあり，必ずしも DMU 群を評価する側にとって正当な評価をおこなっているとは認められない場合もある．このような問題に対して，各入出力項目に対するウェイトの範囲を制限する方法がいくつか提案されている．例えば cone-ratio 法（[1] の第3章）や領域限定法 [5] があり，これらの方法はウェイト自身に制約を加えるものであるが，ウェイトには各項目の重要度を表す役割と，単位を無次元化するという役割があり，ウェイト自身を直接制限するのは単位の異なる項目がある問題では難しい．

本研究では，各入出力値にウェイトを掛けた値（以下「重要度」と呼ぶ）の幅を制限した proportion [6] を取り上げる．proportion では線形計画問題に変換された DEA の定式化において，例えば出力指向モデルの場合ならば，仮想的出力の値に占める各入出力項目の重要度の取りうる幅を制限することにより，評価者の望んだ重要度を用いた評価を行う．しかし，このような固い制約は逆に DEA の主たる特徴である柔軟性を妨げることにもなりかねない．また DMU（被評価者）の立場から見れば自身の高い効率評価を望んでおり，よってウェイト（重要度）は制限されない方が望ましい．そこで本研究では，その両者の意向を取り入れた DEA モデルを提案する．

2. 提案するモデル

2.1. モデルの概要

評価者（ウェイトを制限する側）と被評価者（それぞれの評価を受ける DMU）の両方を考慮するために，目標計画法 [2] で使われる目標制約式の偏差の考え方を利用し，両者の非達成度を測定する．評価者の立場から見る場合は，それぞれの重要度を設定した制約の範囲に収めたいので，その範囲を超えた場合の偏差を考慮する．被評価者の立場から見る場合は，通常の（制約のない）DEA モデルによって得られた解を自身の評価として得たいので，通常のモデルによる解からの差異を偏差として考慮する．また，そのどちらをどれだけ重視するかを考慮するために，目的関数の中でそれらの間の重要度を与える．

本研究で重要度を制限するために用いた Wong らの proportion モデルは，例えば出力指向モデルの場合，通常の DEA モデルに対して次のような制約を加えたモデルである．

$$Z_r^L \le \frac{u_{ra}Y_{ra}}{\rho_a} \le Z_r^U, \quad a=1,\dots,n;\ r=1,\dots,k \qquad (1)$$

Z_r^L, Z_r^U は $0 < Z_r^L \le Z_r^U \le 1$ を満たす，評価者が与える各出力項目に対する重要度の幅の上下限である．また，$\rho_a = \sum_{r=1}^k u_{ra}Y_{ra}$（仮想的出力）であり，よって Z_r^L, Z_r^U は仮想的出力に占める各出力項目の重要度の許容できる割合の境界になっている．

2.2. 定式化

前節に述べた方法に基づき，出力指向モデルを次のように定式化する．

[O-O]

$$\max \quad (1-\gamma)\sum_{r=1}^{k}(d_{ra}^{L-}+d_{ra}^{U+})+\gamma\, k\, d_{sa}^{-} \qquad (2)$$

$$\text{s.t.} \quad u_{ra}Y_{ra}+d_{ra}^{L-} \ge \rho_a Z_r^L, \quad r=1,\dots,k \qquad (3)$$

$$u_{ra}Y_{ra}-d_{ra}^{U+} \le \rho_a Z_r^U, \quad r=1,\dots,k \qquad (4)$$

$$\sum_{r=1}^{k}u_{ra}Y_{ra}+d_{sa}^{-}=\xi_a^{*} \qquad (5)$$

$$\sum_{r=1}^{k}u_{ra}Y_{ra}=\rho_a \qquad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{m}v_{ia}X_{ia}=1 \qquad (7)$$

$$\sum_{r=1}^{k}u_{ra}Y_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_{ia}X_{ij} \le 0, \quad j=1,\dots,n \qquad (8)$$

$$d_{sa}^{-}, d_{ra}^{L-}, d_{ra}^{U+} \ge 0, \quad r=1,\dots,k \qquad (9)$$

ただし，γ は $\varepsilon \leq \gamma \leq 1$ であるDEA による評価の重要度を表すパラメタであり，値が小さいほど評価者の立場を重視し，逆に大きいほど被評価者の立場を重視している．もし $\gamma = 1$ ならば通常の CCR モデルであり，$\gamma = \varepsilon$ ならば proportion モデルと同等のモデルになる．ρ_a は上の定式化から求められる出力の一元化量であり，ξ_a^* は通常の出力指向の CCR モデルから得られる最適目的関数値である．また d はすべて偏差変数である．

また，入力指向モデルについては出力指向の場合と同様に次のように定式化することができる．

[I-O]

$$\max \quad (1-\gamma)\sum_{i=1}^{m}(d_{ia}^{L-}+d_{ia}^{U+})+\gamma m d_{ta}^{+} \tag{10}$$

$$\text{s.t.} \quad v_{ia}X_{ia}+d_{ia}^{L-} \geq \tau_a W_i^L, \quad i=1,...,m \tag{11}$$

$$v_{ia}X_{ia}-d_{ia}^{U+} \leq \tau_a W_i^U, \quad i=1,...,m \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_{ia}X_{ia}-d_{ta}^{+}=g_a^* \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_{ia}X_{ia}=\tau_a \tag{14}$$

$$\sum_{r=1}^{k} u_{ra}Y_{ra}=1 \tag{15}$$

$$\sum_{r=1}^{k} u_{ra}Y_{rj}-\sum_{i=1}^{m} v_{ia}X_{ij} \leq 0, \quad j=1,...,n \tag{16}$$

$$d_{ta}^{+}, d_{ia}^{L-}, d_{ia}^{U+} \geq 0, \quad r=1,...,k \tag{17}$$

ただし，τ_a は [I-O] により求められる入力の一元化量であり，g_a^* は通常の入力指向 CCR モデルで得られる最適目的関数値である．

3. モデルの解釈

前節で提案したモデルでは，得られる各入出力項目の重要度と評価者の与える重要度との差を小さくするように，また通常のモデルにより得られる解（効率値またはその逆数）から乖離しないようにする目的関数をもつモデルとなっている．その際，それら二つのどちらをより重視するかを γ で決定する．また γ の値をパラメトリックに変化させることによって，どの程度 γ を大きくすると評価者の設定した範囲から外れるか，またどの程度 γ を小さくすると通常のモデルによる解を維持できなくなるかを調べることができ，各 DMU の特性を見ることができる．これらについては発表時に数値例を用いて報告する予定である．

上のモデルにより得られた ρ_a^* または τ_a^* の逆数がいわゆる DEA における効率値を指しているが，目的関数にあるように，さらに各重要度が評価者の設定した範囲内にあるかということも評価において考慮する必要がある．よって，以下に示すような評価尺度を [O-O]，[O-I] のモデルに対してそれぞれ提案する．ここでは評価者の設定した範囲外の差異量を表す $\sum(d^{L-*}+d^{U+*})$ を用いるが，効率値と同じ単位にするために入力もしくは出力の項目数で割り，さらに評価者に対する被評価者の相対的な重視度を乗じて，これを出力指向の場合は一元化量から減ずる（入力指向の場合は逆数が評価尺度となるので一元化量に加える）．この評価尺度を式で表すと次のようになる．

出力指向の評価尺度：

$$\rho_a^* - \left\{\frac{1-\gamma}{\gamma} \times \frac{\sum_{r=1}^{k}(d_{ra}^{L-*}+d_{ra}^{U+*})}{k}\right\} \tag{18}$$

入力指向の評価尺度：

$$\frac{1}{\tau_a^* + \left\{\frac{1-\gamma}{\gamma} \times \frac{\sum_{i=1}^{m}(d_{ia}^{L-*}+d_{ia}^{U+*})}{m}\right\}} \tag{19}$$

4. おわりに

本研究では，DEA において各入出力項目に対する評価者の設定する重要度の範囲を取り入れつつ，被評価者 (DMU) の DEA モデルによる評価を考慮したモデルを提案した．その際に，パラメタ γ の値により評価者と非評価者の要求をそれぞれどれだけ重視するかを決定することができる．今後の研究課題としては，本研究では重要度の取りうる範囲の設定は評価者によって与えられたが，これを本モデルで得られる解の情報をもとに設定する方法の提案が挙げられる．この際に Roll ら [3] の CSW (Common Sets of Weight) の概念を用いることができるのではないかと考えている．

参考文献

[1] A. Charnes et al. eds.: *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Press (1994).

[2] 伏見多美雄，福川忠昭，山口俊和：「経営の多目標計画」，森北出版 (1987).

[3] Y. Roll, W.D. Cook and B. Golany: "Controlling Factor Weights in Data Envelopment Analysis," *IEE Transactions*, Vol.23, No.1, pp.2–9 (1991).

[4] 刀根薫：「経営効率性の測定と改善」，日科技連 (1993).

[5] F.G. Thompson, F.D. Singleton, Jr., R.M. Thrall and B.A. Smith: "Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Labs in Texas," *Interfaces*, Vol.16, pp.35–49 (1986).

[6] Y.-H.B. Wong and J.E. Beasley: "Restricting Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis," *Journal of Operational Research Society*, Vol.41, No.9, pp.829–835 (1990).