1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

ＡＨＰによるファジィ数量化理論III類の提案

01405183　名古屋経済大学　＊中西昌武　NAKANISHI Masatake
01104744　名城大学　　　　木下栄蔵　KINOSHITA Eizo

1. はじめに

アンケート調査などのように複数の人間を対象とする調査では、多様な解答をどのように分析整理し、問題を析出するかが課題となる。数量化理論III類は、このような課題に応える手法として、パターン分析や選好分析などにしばしば用いられる。

複数回答の処理について、オリジナルの数量化理論III類は、回答同士の重みを均等に扱っているが、ここではＡＨＰを用いて重みづける方法を提案する。このことによって、この方法はまたＡＨＰの適用結果（とくに集団意思決定場面やアンケート分析場面）を、数量化理論III類で直接分析するための明確な手順をも提供する。

2. 数量化理論III類

数量化理論III類は、一般的に次のような６つのステップで実施する。

<STEP1>データ収集（反応行列の作成）

サンプル	カテゴリ 1	…	j	…	m	横の計
1						v_1
⋮						⋮
i			a_{ij}			v_i
⋮						⋮
n						v_n
縦の計	u_1	…	u_j	…	u_m	Σv_i
反応数	g_1	…	g_j	…	g_m	$T=\Sigma g_j$

$a_{ij}=\{1(\text{反応する}), 0(\text{反応しない})\}$
ここでは $u_j=g_j$ となる。

<STEP2>反応データの重みづけ
行列のそれぞれの値を、横の計の平方根$\sqrt{vi}$で割る。

サンプル	カテゴリ 1	…	j	…	m
1					
⋮					
i			$a_{ij}*$		
⋮					
n					
縦の計	h_1	…	h_j	…	h_m
反応数	g_1	…	g_j	…	g_m

$T=\Sigma g_j$

<STEP3>カテゴリ同士の関連の演算
カテゴリ j_1, j_2 に対して、

$$h_{j_1j_2}=\sum_{i=1}^{n}a_{ij_1j_2}=\sum_{i=1}^{n}a_{ij_1}*a_{ij_2}\qquad b_{j_1j_2}=\frac{g_{j_1}g_{j_2}}{T}$$

の演算を行う。STEP2の結果、$a_{ij_1j_2}$は関連がある場合は1/vi、そうでない場合は０となる。

サンプル	カテゴリ関連 11	12	…	j_1j_2	…
1					
⋮					
i	a_{i11}	a_{i12}	…	$a_{ij_1j_2}$	…
⋮					
n					
縦の計	h_{11}	h_{12}	…	$h_{j_1j_2}$	…
b_{ij}	b_{11}	b_{12}	…	$b_{j_1j_2}$	…

$T=\Sigma g_j$

<STEP4>
STEP3 で求めた$h_{j_1j_2}$および$b_{j_1j_2}$より、H行列を求める。

$$H=\begin{bmatrix} h_{11}-b_{11} & & \\ & \cdots\ h_{j_1j_2}-b_{j_1j_2} & \\ & \cdots & \\ & & h_{nm}-b_{nm} \end{bmatrix}$$

<STEP5>
STEP2の縦の反応数の計から次の対角行列Dを得る。

$$D=\begin{bmatrix} g_1 & & 0 \\ & g_2 & \\ & & \cdots \\ 0 & & g_m \end{bmatrix}$$

<STEP6>
この逆行列D^{-1}をH'の左からかけて得る特性行列$D^{-1}H'$を解く。各固有値$\rho^2{}_k$における固有ベクトルの値x_kが、抽出された各特性軸におけるカテゴリスコアとなる。また、固有ベクトルの値で回答結果を重みづけた値がサンプルスコアとなる。これらのスコアによってカテゴリのパターンや、回答のパターンを整理することが出来る。

3．ＡＨＰによるファジィ数量化理論III類

ところでSTEP2における複数回答だが、実際の回答は必ずしも同じ重みでそれぞれの選択肢を選んでいるわけではない。また回答者によっても重みづけが異なると考えられる。ＡＨＰを用いた質問紙調査や集団意思決定場面では、一対比較行列によって重みの合計が１となるよう正規化された値が既に与えられているので、この値を利用してSTEP2の値を得ることが可能となる。それは以下のようなステップとなる。ここでのＡＨＰは「反応しないカテゴリの存在も許す」こととする。

<STEP2'-1>

あるｉサンプルに対して反応したカテゴリが複数ある場合、反応したカテゴリ観の一対比較を行う（反応したカテゴリ $j_1, \ldots\ldots j_k$）。このマトリクス A_i に対する固有ベクトルを w_i とする。

サンプル i	反応カテゴリ j_1 … j_k	重み w_i
j_1		w_1
⋮	A_i	⋮
j_k		w_k

<STEP2'-2>

このベクトルの値の平方根 $\sqrt{wi}$ が、サンプルｉに対し反応したカテゴリの反応の強さとなる。反応数および総反応数は変わらない。

サンプル	カテゴリ 1	2	… j …		p …	m
1	0	$\sqrt{w_{11}}$	$\sqrt{w_{1(j)}}$		$\sqrt{w_{1k}}$	0
⋮						
i			A_{ij}*			
⋮						
n						
縦の計	h_1	…	h_j		…	h_m
反応数	g_1	…	g_j		…	g_j

$T = \Sigma g_j$

注）サンプル１の反応が (2, ….. j, …p) のケース。

以上の結果をSTEP3以下に適用すれば、ＡＨＰ的にファジィ拡張した数量化III類の処理を行うことが出来る。

4. 適用例

従来型と、ＡＨＰ的にファジィ拡張した場合のパターン抽出の違いを、表−1，２に示す。

参考文献

1) 林知己夫『データ解析法』，放送大学教育振興会，1985年.

2) 安田三郎・海野道郎『社会統計学』，丸善，1977年.

表−１．従来型の数量化III類（最大固有値0.3130）

3根目	2根目	1根目	サンプル	カテゴリ 2	1	3
-1.1747	-1.1765	28.2518	1	○	○	×
-2.8306	-2.8319	17.9771	5	×	○	×
0.5774	0.5774	0.5774	3	○	○	○
0.5774	0.5774	0.5774	4	○	○	○
-0.1198	-0.1189	-14.8330	2	×	○	○
2.6613	2.6638	-38.9541	6	×	×	○
				21.9771	17.9771	-38.9541

表−２．ＡＨＰによるファジィ数量化III類（最大固有値0.4205）

3根目	2根目	1根目	サンプル	カテゴリ 2	1	3
1.5673	1.5676	1.5677	1	◎ 0.9000	▲ 0.1000	× 0.0000
1.2073	1.2074	1.2074	4	○ 0.7375	▲ 0.1463	▲ 0.1162
0.3430	0.3430	0.3430	3	▲ 0.2027	○ 0.4365	△ 0.3608
-0.0824	-0.0821	-0.0821	5	× 0.0000	◎ 1.0000	× 0.0000
-0.4415	-0.4416	-0.4416	2	× 0.0000	○ 0.6000	○ 0.4000
-0.5972	-0.5976	-0.5978	6	× 0.0000	× 0.0000	◎ 1.0000
				1.6798	-0.0821	-0.5978