1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

計画時点の曖昧さを考慮するためのファジィDEA

01001600 成蹊大学　上田　徹　　UEDA Tohru
上村　哲志　KAMIMURA Tetsushi

1.はじめに

企業体や事業体などの効率性を評価する手法として知られているDEA法では通常、入出力データは明確に与えられている。しかし、将来（計画時点）の予測値を用いて効率値の評価しようとすると予測値の曖昧さを考慮してやる必要がある。そこで、予測値を三角型ファジィ数の形で表現することによりあいまいさを取り込む。ここではある１１企業の従業員数、店舗数（入力）と売上高、利益（出力）のデータを用いて計画時点の効率値を評価する

2.方法（1）

ファジィ数同士の比較には何らかの比較基準が必要である。ここでは「代表通常数の大きいものはファジィ数としても大きい」という基準を用いてウエイトを計算することにする。また、入力、出力は三角型ファジィ数 $(x_{ij}^{(L)},x_{ij}^{(M)},x_{ij}^{(U)})$、$(y_{rj}^{(L)},y_{rj}^{(M)},y_{rj}^{(U)})$ で表現される[2]。

LP問題として代表通常数で評価する場合には、

<FP1>

max

$$\sum_{r=1}^{k} u_r(y_{rJ}^{(L)}+2y_{rJ}^{(M)}+y_{rJ}^{(U)})/4$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{m} v_i(x_{ij}^{(L)}+2x_{ij}^{(M)}+x_{ij}^{(U)})/4 \geq \sum_{r=1}^{k} u_r(y_{rj}^{(L)}+2y_{rj}^{(M)}+y_{rj}^{(U)})/4 \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i(x_{iJ}^{(L)}+2x_{iJ}^{(M)}+x_{iJ}^{(U)})/4=1$$

で、比較が可能になる。しかし分数計画法として

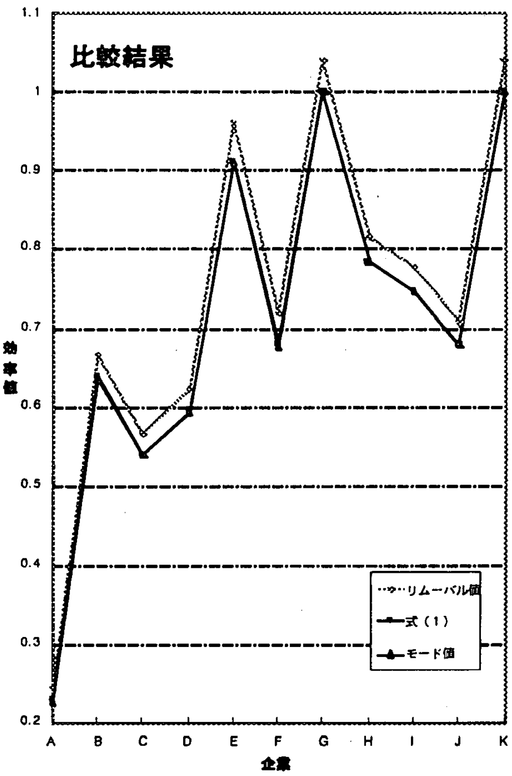
$$\max \quad \sum_{r=1}^{k} u_r\tilde{Y}_{rj} \Big/ \sum_{i=1}^{m} v_i\tilde{X}_{ij} \qquad (2)$$

は三角型ファジィ数とならず、上記のような簡単な定式化はできない。そこで、式(2)をリムーバル[2]の概念を用いて定量化し比較、評価をしていく。

この方法では、モードからの下限値、上限値までの幅が同じ場合には通常のCCRモデルになる。

3.検討結果（1）

１１企業(A,...,K)の将来の効率を評価する。企業jの第i入出力として三角型ファジィ数$((1-r_1)x_{ij};x_{ij};(1+r_2)x_{ij})$,($j$=A,B,...,K)を用いる。企業A,...,Fについては$r_1=0.2, r_2=0.1$、企業G,...,Kについては$r_1=0.1, r_2=0.2$として、式(1)よりu_r、v_iを求める。このようにして得られるLP問題の解がFP問題の解とどう異なるかを見るために、もとめたu_r、v_iを用いて式(2)を評価する。またファジィを考慮しないモード値$x_{ij}^{(M)}$、$y_{rj}^{(M)}$を用いた場合の評価結果も示す。



グラフ1

上記のように式(1)はリムーバル値とあまり差がなく、モード値とほぼ一致したので、三角型ファジィ数の代表通常数を使ってU、Vを決め、そのウエイトで計算していっても良いだろうということになった。

次に$r_1=0.05$としA,..,Fの$r_2=0.1$、G,..,Kの$r_2=(0.15,0.2,0.25,0.5)$として同様に効率値を評

価してみた。その結果、増える割合を増加させていっても効率値に対してはあまり影響がないことがわかった。

4.方法（２）

ファジィ数$\tilde{X}_{ij}$、$\tilde{Y}_{rj}$に対して方法（１）とは別の定式化を行う。

<FP2>

最大化　$\tilde{Z}_a = \sum_{r=1}^{k} u_r \tilde{Y}_{ra}$

制約条件

$$\sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{X}_{ia} = 1$$

←代表通常数を１とする（これは別の定義も可能）

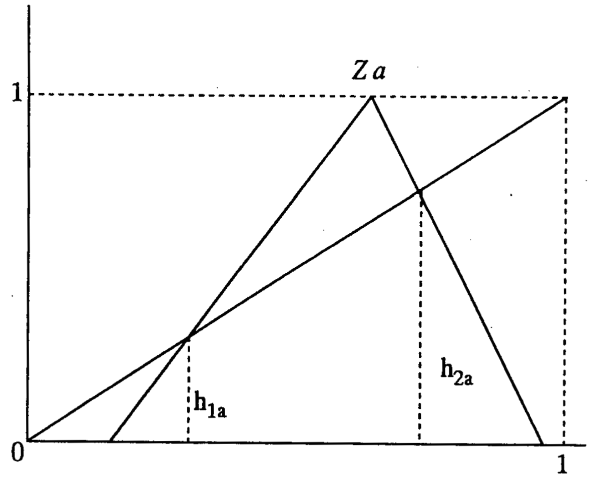
$$\sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{X}_{ij} - \sum_{r=1}^{k} u_r \tilde{Y}_{rj} \tilde{\geq} 0$$

：ファジィ関係　(j=1,...,n)

$u_r \geq 0$　(r=1,...,k)

$v_i \geq 0$　(i=1,...,m)

ここで、$\tilde{Z}_a$が１に近いかどうかを下図のh_{1a}の最大化ととらえる。



ここで

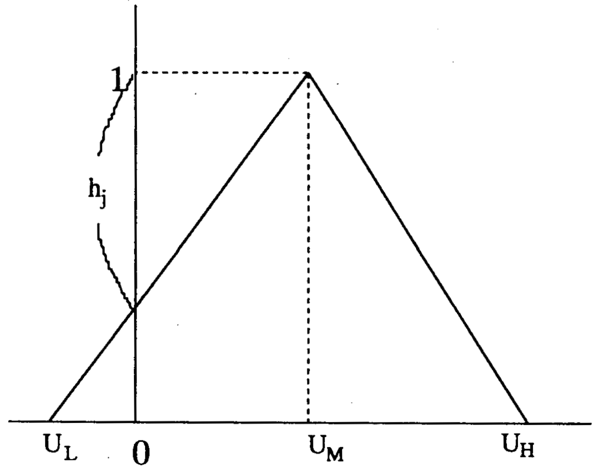
$$h_{1a} = \frac{\sum_{r=1}^{k} u_r Y_{ra}^{(L)}}{\sum_{r=1}^{k} u_r Y_{ra}^{(L)} - \sum_{r=1}^{k} u_r Y_{ra}^{(M)} + 1}$$

なので $\{\alpha_r = u_r\omega \geq 0 \ ; \ \beta_i = v_i\omega \geq 0\}$ により変数変換した後、分母分子にωを掛けて得られた分母を１として、分子の最大化を考える。

次に制約条件を

$$U = \sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{X}_{ij} - \sum_{r=1}^{k} u_r \tilde{Y}_{rj} \tilde{\geq} 0 \qquad (j=1,...,n)$$

のようにファジィ制約ととらえ、以下の三角形がだいたい正であるということをh_jが大きいほどよいという条件に置き換える。すなわち、$\min_j h_j$が大きいほど、ファジィ制約が実現されている度合いが大きいと考える。$h_j \geq h$でhを色々振らせてみることにする。



これらを踏まえてＬＰ問題として定式化すると

<FP2>

最大化　$\sum_{r=1}^{k} \alpha_r Y_{ra}^{(L)}$

制約条件

$$\sum_{r=1}^{k} \alpha_r Y_{ra}^{(L)} - \sum_{r=1}^{k} \alpha_r Y_{ra}^{(M)} + \omega + t_0 = 1$$

$$\sum_{r=1}^{k} \alpha_r \{Y_{rj}^{(M)}(1-h) + Y_{rj}^{(H)} h\}$$

$$- \sum_{i=1}^{m} \beta_i \{X_{ij}^{(M)}(1-h) + X_{ij}^{(L)} h\} + s_j = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_i (X_{ia}^{(L)} + 2X_{ia}^{(M)} + X_{ia}^{(H)})/4 + t_1 = 1$$

この場合にも方法（１）とほぼ同様の結果が得られた。

[１]刀根　薫:「経営効率性の測定と改善」日科技連、１９９３

[２]田中英夫　監訳、松岡浩　訳:「ファジィ数学モデル」、オーム社、１９９２