1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

有限領域内の直線的避難距離について

02004050 筑波大学 *石井 儀光 ISHII Norimitsu
01102840 筑波大学 腰塚 武志 KOSHIZUKA Takeshi

1. はじめに

阪神淡路大震災にみられるように都市において複数の地点で同時に火災が発生したような状況を考える．そのような状況下で人々が避難するような状況を考えた場合，出火密度や延焼速度によって避難できる人々の数も変化することが予想される．そこで，本研究では火災の発生した都市領域内の何人が避難できて何人が火災に巻き込まれてしまうかを時間経過とともに考察するものである．

避難者は出火と同時に留まることなく避難を開始して，延焼領域に入らずに境界まで辿り着いた時点で避難が完了するものとし，このときの移動距離を避難距離と定義する．また，避難開始地点から延焼領域に入るまでの距離を被災距離と定義する．ここでは，それぞれの距離がちょうどlであるような移動のペアの量を各々避難距離分布，被災距離分布と定義する．

2. 距離分布の導出

無限に広がる都市領域の中で人は一様に分布しており，速度vで移動するものとする．都市内で平均的に密度ρで出火点が一様にランダムに分布し，時刻$T=0$で出火すると同心円状に拡大を開始する．延焼領域の半径が拡大する速度を人の歩行速度のα倍とすると，時刻tにおける延焼領域の半径はαvtと表される．ここでは避難者の移動距離の分布に着目したいので移動距離lを$l=vt$と定義し，明示的に時間tを用いることなく，被災距離lで移動距離と同時に時間の経過も示すこととする．避難者は出火と同時に任意の方向に向かって直線的に避難を開始する．これらの仮定の下で避難者が延焼領域に入るまでの距離がl以下である確率$F(l)$は，

$$F(l)=1-e^{-\rho\beta l^2} \tag{1}$$

と表せる(文献[1]参照)．ただし，表記を見やすくするために

$$\beta=\alpha\sqrt{1-\alpha^2}+(\pi-\arccos\alpha)\alpha^2 \tag{2}$$

とおいている．

この$F(l)$は求める被災距離分布の累積であるから，被災距離分布$f(l)$は$F(l)$をlで微分して，

$$f(l)=2\rho\beta l\, e^{-\rho\beta l^2} \tag{3}$$

と求められる．また，被災距離lの期待値$E(l)$は，

$$E(l)=\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\rho\beta}} \tag{4}$$

と計算できる．

次に，避難距離分布を求める．長辺a, 短辺bの矩形都市領域D内の任意の地点O(x,y)から任意の方角θに向かって半直線上を移動した場合に境界に辿り着くまでの避難距離をRと置く．これは，領域内の避難者が最寄りの境界がどの方角にあるかという情報を持っていないという状況を仮定するものである．避難距離Rがr以下であるのは，図1の斜線部以外にO(x,y)がある場合である．

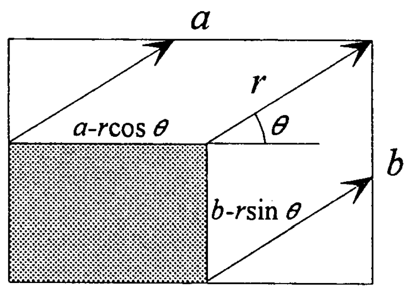

図 1: 距離がr以下となる領域

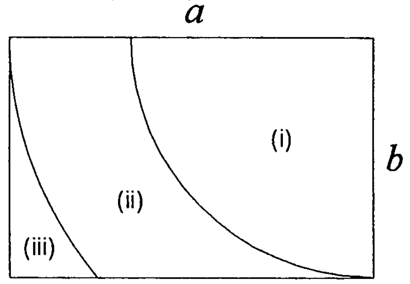

図 2: 積分区間の場合分け

避難距離Rがr以下である確率$G(r)$は総面積から斜線部の面積を除いた面積を総面積で除したものである．斜線部の面積を$s(r,\theta)$とおくと，

$$s(r,\theta)=(a-r\cos\theta)(b-r\sin\theta)$$

であるから，これを総面積abから引いたものをθで積分すればよい．ただし，rの値によって積分区間が変化するので注意が必要である．$s(r,\theta)$が領域D内に存在するようなrとθの集合をCとおくと$G(r)$は，

$$G(r)=\int_0^{2\pi}ab\,\mathrm{d}\theta-\int_{\theta\subset C}(a-r\cos\theta)(b-r\sin\theta)\,\mathrm{d}\theta$$

である．また，避難距離rの分布$g(r)$は$G(r)$をrで微分したものであるから，$G(r)$および$g(r)$は積分区間に注意して，

(i) $0\le r\le b$のとき

$$G(r) = \frac{1}{\pi ab}\{-r^2+2(a+b)r\} \tag{5}$$

$$g(r) = \frac{2}{\pi ab}(-r+a+b) \tag{6}$$

(ii) $b < r \leq a$ のとき

$$G(r) = \frac{1}{2\pi ab}\left(4ar - 4a\sqrt{r^2-b^2} - 4ab\arcsin\frac{b}{r} + 2b^2 + 2\pi ab\right) \quad (7)$$

$$g(r) = \frac{2}{\pi ab}\left(a - \frac{ar}{\sqrt{r^2-b^2}} + \frac{ab^2}{r\sqrt{r^2-b^2}}\right) \quad (8)$$

(iii) $a < r \leq \sqrt{a^2+b^2}$ のとき

$$G(r) = \frac{1}{\pi ab}\left\{r^2 - 2a\sqrt{r^2-b^2} - 2b\sqrt{r^2-a^2} + 4ab\left(\arccos\frac{a}{r} - \arcsin\frac{b}{r}\right) + a^2 + b^2 + \pi ab\right\} \quad (9)$$

$$g(r) = \frac{2}{\pi ab}\left\{r\left(1 - \frac{a}{\sqrt{r^2-b^2}} - \frac{b}{\sqrt{r^2-a^2}}\right) + \frac{ab}{r}\left(\frac{a}{\sqrt{r^2-a^2}} + \frac{b}{\sqrt{r^2-b^2}}\right)\right\} \quad (10)$$

と，求められる．よって，rの期待値$E(r)$は，

$$E(r) = \frac{1}{3\pi ab}\left\{a^3 + b^3 - (a^2+b^2)^{\frac{3}{2}} - 3ab\left(a\log a + b\log b - a\log\left(b+\sqrt{a^2+b^2}\right) - b\log\left(a+\sqrt{a^2+b^2}\right)\right)\right\} \quad (11)$$

と求められる．なお，領域Dが一辺の長さaの正方形の場合には期待値$E(r)$はより簡単に，

$$E(r) = \frac{2a}{3\pi}\left\{1 - \sqrt{2} + 3\log(1+\sqrt{2})\right\} \quad (12)$$

$$\simeq 0.47a \quad (13)$$

と求められる．でたらめな方向に向かって避難を開始した場合でも平均的に領域の一辺の長さの約半分の距離進むと領域の外側に出られることが分かる．

3. 有限領域における避難について

ここでは被災距離分布および避難距離分布を用いて，有限領域において同時多発出火した場合に助かる人と被災する人の移動距離分布を導出する．前章の結果から，無限平面においてちょうど距離l_1だけ進んだ時点で延焼領域に入ってしまう被災者の数は$f(l_1)$に総避難者数Nをかけて$Nf(l_1)$人と求められる．しかし，領域Dにおいては距離lだけ進むまでの間に$NG(l_1)$人が避難を完了していると考えると，実際に領域内に残っている人数は$N(1-G(l_1))$人である．よって，被災者の数は，

$$N(1-G(l_1))f(l_1)$$

と求められる．この考え方に基づいて，有限領域における被災距離の分布$f_b(l)$は，

$$f_b(l) = (1-G(l))f(l) \quad (14)$$

と，求められる．同様にして，有限領域における避難距離の分布$g_b(l)$は，

$$g_b(l) = (1-F(l))g(l) \quad (15)$$

と，求められる．

長辺a =1,000m，短辺b =1,000mの正方形都市領域Dにおいて100件の出火があり，避難速度をv =2,880m/h，延焼速度を50m/hとして速度比をα = 0.017，総避難者数N =1万人として，コンピュータによるシミュレーションを行った．シミュレーション結果と導出した理論式$f_b(l)$および$g_b(l)$にNをかけた値をプロットしたものを図3に示すが，両者はほぼ一致しているといってよいであろう．シミュレーションでは最終的に3,419人が死亡し，6,581人が助かったことになる．出火密度を10分の1に減少させて100,000m^{2}あたり1件とした場合には，507人が死亡し，9,493人が助かったことになる．式の形からも明らかであるが，出火密度が下がると被災者の数は減少し，全員が無事に避難できるような状況も考えられる．

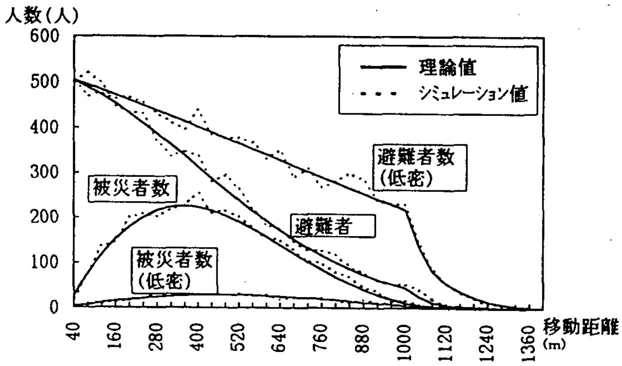

図 3: 理論値とシミュレーションの比較

4. おわりに

本研究では有限な都市領域の中で同時多発出火した場合に，延焼領域に入るまでの距離分布と領域の外にでるまでの距離分布を用いることで，被災する人数と無事に避難できる人数を求める式を導出した．しかし，現実には直線的に避難するという状況は考え難い．そこで今後は道路網を考慮し，交差点で避難路を選択するモデルを構築していく．なお，シミュレーションの結果からは道路を選択するモデルの方が被災者の数が減少することが確認できている．

5. 参考文献

[1] 石井儀光，腰塚武志 (1997):不通領域がある場合の移動距離の分布について．日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集,pp.16-17.

[2] 腰塚武志 (1985):都市施設の密度と利用者からの距離との関係について．日本都市計画学会学術研究論文集,pp.85-90.

[4] 日本建築学会編 (1992):建築・都市計画のためのモデル分析の手法．井上書院．