ファジイ最小自乗予測法について

01002150　北海道情報大学　小田中　敏男　ODANAKA　Toshio

1. はじめに

； 最小自乗法に基いたファジイ予測理論について述べる。主な概念は平均と中とを別々に推定することである。このためにファジイ事象に関した自己相関関数と相互相関関数を用いる。この接近の利点は

1) ファジイパラメーターは動的計画法によって推定することが出来る。
2) 集められたデーターとモデルに対する意思決定者の信頼性は重み因子で示される。
3) 不確定な出力はファジイ的に取扱ふことが出来る。

ファジイ予測の利点の一つは可成り容易な方法でモデルの不確定さや正確さに関する情報を用意する能力にある。これはファジイ数の中心とファジイパラメーターの中というモデル値の使用によって達成される。すなわち、ファジイ予測はデーターの全体的平均に関しての誤差の全体的分散から構成される。重要な情報はモデル値と中との間の傾向を解析することによって得られる。

種々のファジイ予測接近は参考文献に示されている。特に文献 [6] は一般ファジイ重み最小自乗回帰法（ＦＷＬＳＰ）という容易な方法でモデルの不正確さや正確さに関する情報を用意する能力を示した。

論文の構成は次の通りである。第 2 節はＦＷＬＳＰの基本的思想を示す。第 3 節はファジイ事象に関しての自己相関関数と相互相関関数を議論する。第 4 節は動的計画法による解法を提案する。最後に数値計算例を示した。

2. ファジイ重み最小自乗法（ＦＷＬＳＰ）

表 1 に説明された非-ファジイ 入-出力データを考えよう。そして次のファジイ一般線形モデルが非-ファジイ入力データと非-ファジイ出力データとの間の関係を示すとする。

$$Y = A_0 + A_1 x_1 + \dots + A_n x_n + \dots \tag{1}$$

ここにＹは推定されたファジイ反応変数で A_j (j=0,1,...,n...)はファジイパラメーターとする。

A_j はＬ-Ｒ型のファジイ数として定義されるとする。更に A_j, j=0,1,..., n,...は

$$A_j = (\alpha_j, c_j^L, c_j^R)_{LR}$$

として示されるとする。ここに α_j は A_j の中心か形式的値で、且つ c_j^L と c_j^R は夫々 A_j の左右の中である。 A_j のメンバーシップ関数は次の通り考えられる。

表 1　　非ファジイデータ

出力	入力
y_l	$x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{ln}, \dots$
---	---
y_i	$x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}, \dots$
---	---
y_N	$x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{Nn}, \dots$
---	---

$$\mu_{Aj}(a_j) = \begin{cases} L((\alpha_j - a_j)/c_j^L) & \alpha_j - c_j^L \le a_j \le \alpha_j, \\ R((a_j - \alpha_j)/c_j^R) & \alpha_j \le a_j \le c_j^R - \alpha_j, \\ 0 & \end{cases} \tag{2}$$

ここにＬとＲは夫々左と右の参照関数を示す。すべてのファジイパラメータ A_j に対するＬとＲは等価（同一の型をもつ）であり、ファジイパラメーター A_j, j=0,1,..., n,... は $A = (\alpha, c^L, c^R)_{LR}$ としてベクトル型で書かれる。ここに

$\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \dots)^T$, $c^L = (c_0^L, c_1^L, \dots, c_n^L, \dots)^T$, $c^R = (c_0^R, c_1^R, \dots, c_n^R, \dots)^T$

でＴは transpose を示す。

更に $x_{ij} \ge 0$ $(i = 1, \dots, N, \dots, j = 1, \dots, n, \dots)$ と **Zadeh** の拡張原理の使用によって、（1）に示されたＦＧＬＭ模型に対する推定ファジイ出力Ｙは次のように示せる。

$$Y = (\alpha_0, c_0^L, c_0^R)_{LR} + (\alpha_1, c_1^L, c_1^R)_{LR} x_1 + \dots + (\alpha_n, c_n^L, c_n^R)_{LR} x_n + \dots$$

$$= (\alpha_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j x_j, c_0^L + \sum_{j=1}^{\infty} c_j^L x_j, c_0^R + \sum_{j=1}^{\infty} c_j^R x_j)_{LR} = (\alpha^T x, (c^L)^T x, (c^R)^T x)_{LR}, \tag{3}$$

ここに $x = (1, x_1, \dots, x_n, \dots)^T$ である。

かくして、ＦＧＬＭ模型に対するＹの中心は $\alpha^T x$ で、左、右の中は夫々 $(c^L)^T x$ と $(c^R)^T x$ である。

更に、（3）からＹのメンバーシップ関数は

$$\mu_Y(y) = \begin{cases} L((\alpha^T x - y)/(c^L)^T x) & \alpha^T x - (c^L)^T x \le y \le \alpha^T x \\ R((y - \alpha^T x)/(c^R)^T x) & \alpha^T x \le y \le (c^R)^T x - \alpha^T x \\ 0 & elsewhere \end{cases} \tag{4}$$

として示される。

かくして、（4）からＦＧＬＭ模型のＹ-水準切断は

$$Y^H = \left[\alpha^T x - L^{-1}(H)(c^L)^T x,\ \ \alpha^T x + R^{-1}(H)(c^R)^T x\right] \tag{5}$$

として示される。ここに $L^{-1}(H)$ と $R^{-1}(H)$ は夫々ＬとＲの逆像を記す。

今、 $S^{L,H} = L^{-1}(H)(c^L)^T x$, $S^{R,H} = R^{-1}(H)(c^R)^T x$ (6)

ここに $S^{L,H}$ と $S^{R,H}$ とは、ＦＧＬＭ模型のＹの左と右のH-水準中と呼ばれる。

これらの値は次の方法によって推定される。之等が推定されると、Ｙの左と右の O-水準中は（6）によって、得られる。

（6）から、推定されたファジイ出力Ｙの左と右の O-水準中はＨの高水準が特定される時、大となることは明らかである。かくして、データーの意思決定者の低水準を反射する。

更に、 $S^{L,H}$ と $S^{R,H}$ とは次のように一般線形モデル型で記述される。

$$S^{L,H} = L^{-1}(H)c_0^L + L^{-1}(H)c_1^L x_1 + \dots + L^{-1}(H)c_n^L x_n + \dots \tag{7}$$

$$\underset{=}{\Delta} c_0^{L,H} + c_1^{L,H} x_1 + \dots + c_n^{L,H} x_n + \dots = (c^{L,H})^T x$$

$$S^{R,H}\ \underset{=}{\Delta} c_0^{R,H} + c_1^{R,H} x_1 + \dots + c_n^{R,H} x_n + \dots = (c^{R,H})^T x \tag{8}$$

ここで

$$c^{L,H} = (c_0^{L,H},\ c_1^{L,H}, \dots, c_n^{L,H}, \dots)^T = (L^{-1}(H)c_0^L, L^{-1}(H)c_1^L, \dots, L^{1}(H)c_n^L, \dots)^T \tag{9}$$

$$c^{R,H} = (c_0^{R,H}, c_1^{R,H}, \dots, c_n^{R,H}, \dots)^T = (R^{-1}(H)c_0^R, L^{-1}(H)c_1^R, \dots, R^{-1}(H)c_n^R, \dots)^T \tag{10}$$

かくして、 $c_j^{L,H}$ と $c_j^{R,H}$ はファジイパラメーター $A_j (j = 0,1,\dots,n,\dots)$ の左と右のH-水準中である。

ＦＧＬＭモデルの推定ファジイ出力の様式と左右のH-水準中を推定するために次のファジイ重み最小自乗が導入される。

$$Min\ J_M = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (y_i - \alpha^T x_i)^2 f_i^M \tag{11}$$

$$Min\ J_L = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left\{(\alpha^T x_i - y_i) - S_i^{L,H}\right\}^2 f_i^L = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left\{(\alpha^T x_i - y_i) - (c^{L,H})^T x_i\right\}^2 f_i^L \tag{12}$$

$$Min\ J_R = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left\{(y_i - \alpha^T x_i) - S_i^{R,H}\right\} f_i^R = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left\{(y_i - \alpha^T x_i) - (c^{R,H})^T x_i\right\}^2 f_i^R \tag{13}$$

ここに $x_i = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}, \dots)^T$, $i = 1, \dots, N, \dots$, f_i^M, f_i^L , f_i^R は y_i に対するファジイ重みである。

3. ファジイ相関関数

4. 動的計画法

5. 拡張された予測理論

参考文献

1) N.Wiener, Extrapolation, *Interpolation and smoothing of stationary time series*, (John Wiley and Sons, Inc., 1949).

2)R.Bellman and S.E.Dreyfus, *Applied Dynamic Programming*, (Princeton University Press.1958).

3)L.A.Zadeh and J.R.Ragazzini, An Extension of Wiener's theory of prediction, *Jour, of Applied Physics 21*, (1959).

4)D.Dubois and H.Prade, *Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications*, (Academic Press, 1980).

5)T.Odanaka, *Dynamic Management Decision and Stochastic Control Processes*, (World Scientific, 1990).

6)P.T.Chang and E.S.Lee, A generalized fuzzy weighted least-squares regression, *Fuzzy Sets and Systems, 82*, (1996).