

DEAにおける一次元的効率性尺度 R 効率値の提案

01303394 大阪大学 田村 坦之 TAMURA Hiroyuki

申請中 大阪大学 *川島 義隆 KAWASHIMA Yoshitaka

01307864 大阪大学 富山 伸司 TOMIYAMA Shinji

大阪大学 鳩野 逸生 HATONO Itsuo

1. はじめに

DEA(Data Envelopment Analysis)¹は、多入力多出力系システムの相対的効率性を評価する方法である。DEAは、各ユニット(Decision Making Unit: DMU)の効率性を一つの値(D効率値: DEA Efficiency)で表すことができ、それらを効率的・非効率的に区別する。

しかし、ある2つの非効率的なDMUにおいて、どちらがより効率的であるかを判定するのは難しい。それは非効率的なDMUに対して、入出力の Slack が存在する場合があるからである。すなわち、非効率的なDMUの効率性は、D効率値と入出力の Slack により評価されなければならない。

そこで本研究では、あらゆるDMUの効率性を一つの値で表すことができるように、Slackを補正した一次元的な効率性尺度を提案してR効率値と名付ける。本方法は、既存のデータから機械的にSlackを考慮した効率値が求まるという点で、評価者がSlackの重みを決める必要のある刀根のT効率値¹や批々木のS効率値²とは異なる。

2. R 効率値の提案

DMUの効率性は、D効率値という1つの値に凝縮される。しかし、「2つのDMUのどちらがより効率的か?」という問題は、単にD効率値の大きい方が効率的であると即決できるものではない。例えば、ある2つのDMU AとBがあり、D効率値がそれぞれ0.9と0.8であったとする。このとき、ともにすべてのSlack変数が0であれば、Aの方が効率的であるということができる。しかし、ある入力項目において、Aは10の、またBは5の入力余剰が存在したとき、AとBのどちらが効率的であるかという問題は簡単ではなくなる。それは、D効率値という観点からすれば、Aの方が大きな値をもち、より効率的であると考えられるが、Slack量という観点によると、Bの方が小さな値を

もち、より効率的であると考えられるからである。

このように、一般にDMU間の効率性を比較することは難しい問題である。そこで、どんなDMUに対しても、その効率性を1つの値で表現することができないか考える。入力方向CCRモデル¹は、生産可能な領域の中で可能な入力一律削減点を探している。すなわち、出力を一定に保ちつつ入力をどれだけ減らすことができるかによって効率性の評価を行っている。この可能な入力一律削減点がD非効率的な場合に、Slackが存在する。これは生産可能な領域のフロンティアに、D効率的な部分とD非効率的な部分があることに起因する。そこで、生産可能な領域のフロンティアがすべてD効率的となるように生産可能集合を拡張することを考える。全てのフロンティアがD効率的であれば、Slackは存在せずにD非効率的なDMUに対しても一つの値でその効率性を表現できる。

本研究では、拡張した生産可能集合を、元の生産可能集合と区別するために、実現可能集合と呼ぶ。CCRモデルについて、実現可能な領域を次のように仮定する。

1. 生産可能集合内の点は実現可能である。
2. D非効率的なフロンティア線上の点から入力を一律に削減した点を生産可能であると仮定してDEA分析を行った場合、それまでD効率的であった他のDMUが依然としてD効率的なままであれば、その点は実現可能である。

この拡張は既存のデータのみに基づくものであり、「データ自身に語らせる」というDEA特有の性質から導かれる自然なものである。このような実現可能集合を構成しその中でDMUの効率性評価を行う。そこで得られた効率値をR効率値(Revised DEA efficiency score for slack)と呼び ρ^* で表すことにする。R効率値は、SlackをもたないDMUについてはD効率値と一致し、SlackをもつDMUについてはその分だけD効率値

よりも小さな値をとる。

本研究では、R 効率値を求めるのに次のようなアルゴリズムを用いる。

Step 0. DMU_oについて CCR モデルを解く。

もし、スラック変数がすべて 0 ならば、 $\zeta^* = \theta^*$ として終了。ただし、 θ^* は D 効率値を表す。

Step 1. データ行列 X, Y を新たに、次のように決める。

$$\hat{X} = [X | \zeta x_o], \hat{Y} = [Y | y_o] \quad (1)$$

ここで $[A | b]$ は、行列 A に列ベクトル b を加えることを示す。DMU_k $\in E$ (E は D 効率的な DMU の集合) について、それぞれ拡張 D 効率値³ σ_k^* を求める。

Step 2. もし $\min_k \sigma_k^* \leq 1 + \epsilon$ ならば終了。さもなければ、 $\zeta = \zeta / \min_k \sigma_k^*$ として Step 1. へ戻る。

3. 数値例

2 入力 1 出力をもつ 5 DMU の例を図 1 に示す。

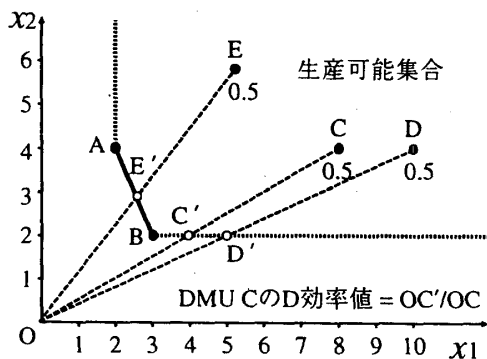


図 1. D 効率値

D 効率的な DMU は A と B であり、D 非効率的な DMU は C と D と E である。C, D, E は同じ D 効率値 0.5 をもつ。しかし、C と D を比較すると C の方がスラックが小さくより効率的であると思われる。これらの DMU の R 効率値を求めると、図 2 のようになり D よりも C, C よりも E が高い効率値をもち、より効率的であると判定される。

4. おわりに

本研究では、非効率的な DMU 間の効率性比較が容易に行えるように生産可能集合を拡張し、スラックを

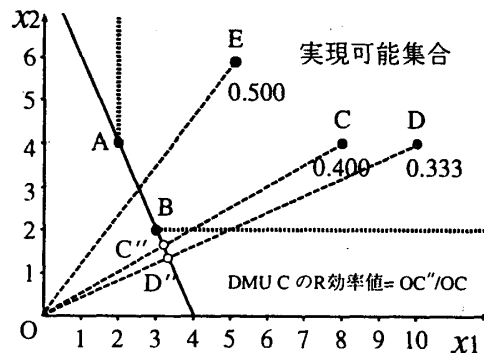


図 2. R 効率値

生じないようにした効率性尺度を決める方法を提案した。この方法は、既存のデータのみに基づいて生産可能集合を拡張するので、DEA の特徴の一つであるデータ・オリエンティッドの性質を崩さない。

しかし、この方法は効率的な DMU の数が入出力項目の数に比べて少ないと、実現可能集合が不自然な形になってしまう。これは実現可能集合の構成に D 効率的な DMU の情報しか用いていないためであり、D 非効率的な DMU の情報も同時に用いることが解決策として考えられる。

また、本稿での議論は CCR モデルについてのみ有効であり、他の DEA モデルについての研究は今後の課題である。

参考文献

- [1] 刀根 薫：経営効率性の測定と改善-包絡分析法 DEA による-, 日科技連, 1993.
- [2] 批々木 規雄：DEA におけるスラックを考慮した効率性の評価, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 40, No. 12, pp. 686-690, 1995.
- [3] P. Andersen and N. N. Petersen : A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, Vol. 39, No. 10, pp. 1261-1264, 1993.