1997年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

エレベータ待ち時間の確率モデル

02202330　中央大学 島川陽一　SHIMAKAWA Youichi

1 はじめに

電車やバスなどの公共輸送機関は時刻表にしたがって運行されるので、待ち時間(呼びを行なったユーザがエレベータに搭乗するまでの時間)が大きくばらつくことはない。一方、高層ビルにおけるエレベータの場合、待ち時間はエレベータに対する各階からの呼びに大きく依存する。エレベータの運行制御においての大きな目的は、この待ち時間のばらつきを小さくすることである。当研究では、あるビルのOrigin Destination List(以下ODリスト)を与えた時、これから待ち時間の分布を見積もる数理モデルを確率過程を用いて導出し、実際のビルのODリストにこのモデルを適用する。この分布はエレベータの運行制御の戦略の指標になるし、また高層ビルにおいて求められるエレベータの運行能力の基準としてみなすことができる。ここでは、この分布をもとにしてエレベータの平均移動時間や待ち時間の計算を行なう。

2 確率過程に基づく数理モデル

2.1 モデル導出のための仮定

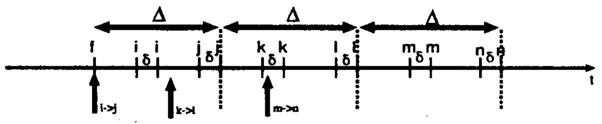

図 1: エレベータの動作

モデル導出のための仮定を以下に列挙する。

- 想定するビルはn階建、フロアの高さはh、1台のエレベータが稼働しているとする。
- i階で乗り、j階で降りる呼びは単位時間あたり平均発生回数λ_{ij} $(i \neq j, i \cdot j = 1, 2, \cdots, n)$のPoisson分布に従うものとする。1つの呼びを処理することを1回のサービスと言う。
- エレベータの加減速の移動に要する時間とドアの開閉に要する時間をあわせて一定とし、それをΔとおく(図1)。それ以外の定速運転時間を無視する。
- エレベータは呼びがない時には、定められた基準階fに静止しているものとする。呼びがかかるとエレベータは運転を開始し、途中に新たなる呼びが発生した場合には、すべてのサービスを完了するまでエレベータは連続運転する。すべてのサービスを完了した後に、新たに呼びの要求がかからない場合にはすみやかに基準階に戻るものとする。
- 連続運転中のサービスの順は着信順とする。

[1]simakawa@taguchi-lab.ise.chuo-u.ac.jp

2.2 サービス回数の分布

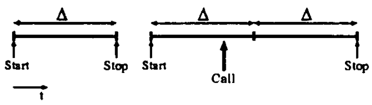

図 2: (左):呼びが1回の場合、(右):呼びが2回の場合

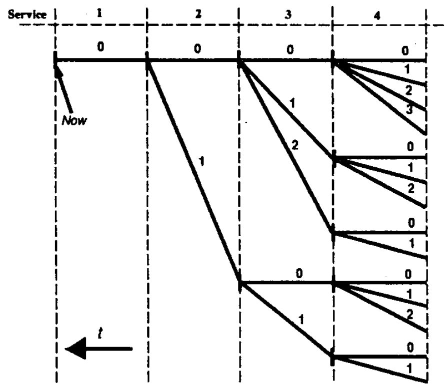

図 3: エレベータがサービスを終了している場合
(枝の上部の数字はΔ時間の呼びの数、時間軸は逆向き)

連続運転中にサービスが1回しか含まれない場合は、エレベータの基準階の始動から停止までのΔ時間の間に呼びが1回も起こらない場合である(図2の左参照)。サービスが2回の場合は停止までのΔ時間に呼びが0であり、その前の最初のサービスのΔ時間に呼びが1回ある場合である(図2の右参照)。以降のサービス回数についても、このように考えると現在(Now)においてエレベータが停止している場合は図3のように表現することができる。

Δ時間にk個の呼びがある確率をψ_kとすると、エレベータが停止するまでにj回サービスする確率は

$$\Psi_j = \psi_0 \Psi^1_{j-1} + \psi_1 \Psi_{j-1} \tag{1}$$

である。ここで、

$$\Psi_1 = \Psi_1^0 \tag{2}$$

$$\Psi_1^n = \sum_{i=0}^{n+1} \psi_i \tag{3}$$

$$\Psi_k^n = \sum_{i=0}^{n+1} \psi_i \Psi_{k-1}^{(n-1)-i} \tag{4}$$

である。以降の数値計算は、この漸化式を使って平均待ち時間、平均移動時間を計算する。

エレベータの単位時間当たりの呼びの回数は平均

$$\Lambda = \sum_{i,j} \lambda_{ij} = \sum_{k=0}^{i \times j} \lambda_k \tag{5}$$

の Poisson 分布に従う。式 (5) の右辺は i, j の subscript を k につけかえている。

ψ_k は、Δ 時間の間に発生した呼びを $\theta_l (l = 1, \cdots, k)$ とすると

$$\psi_k = \prod_{l=1}^{k} \frac{\Delta^k}{k!} \lambda_{\theta_l} e^{-\Lambda \Delta} \tag{6}$$

と与えられる。

2.3 平均待ち時間

2.2では、定速移動の時間を無視して Ψ_i の計算をした。以下では Ψ_i を定速移動の時間を考慮して導出したものと見なして平均待ち時間と平均移動時間の導出を行なう。

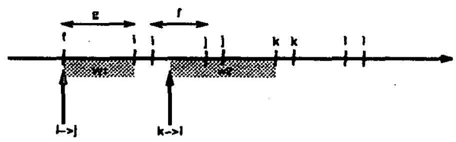

図 4: 呼び 2 回の時の待ち時間

以下、エレベータの移動スピードを v、ドアの開閉時間を δ とする。図 4における基準階 f から i 階までの平均移動時間は

$$g = \sum_{i}^{n} \frac{|f - i|h}{v} (\sum_{j}^{n} \lambda_{ij}) \tag{7}$$

で与えられる。また、i から j 階までの平均移動時間は

$$f = \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} \frac{|j - i|h}{v} \lambda_{ij} \tag{8}$$

で与えられる。

最初の呼びの平均待ち時間 $w_1 = g$ は明らかである。2 回目以降の呼びについての平均待ち時間は、呼びの起こる時刻を考慮すると、

$$w_n = \frac{1}{2^n} g + \frac{3(2^n - 1)}{2^n} f + \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \delta \tag{9}$$

である。したがって、エレベータの平均待ち時間は以下のように与えられる。

$$\Psi_1 w_1 + \sum_{i=2}^{\infty} \Psi_i w_i \tag{10}$$

2.4 平均移動時間

平均移動時間は、呼びが行なわれてから目的階に到着するまでの時間の平均であり、稼働率の指標の一つとみなすことができる。

$$\Psi_1 (g + f) + 2 \sum_{i=2}^{\infty} \Psi_i f \tag{11}$$

表 1: OD リスト

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	10	12	14	10	9	5	7	12	5
2	12	0	12	8	12	8	12	9	10	8
3	10	8	0	5	10	14	9	6	9	11
4	14	7	4	0	7	10	10	7	11	9
5	9	13	11	10	0	11	1	7	8	7
6	5	10	13	10	14	0	6	11	11	9
7	11	8	11	8	8	6	0	6	9	10
8	10	10	14	6	9	7	9	0	10	12
9	9	7	8	12	11	11	7	9	0	11
10	8	10	13	10	11	12	3	10	9	0

3 数値実験

計算機によってエレベータのシミュレーションを行ない、これをモデルの計算結果と比較した。

3.1 エレベータの稼働条件

エレベータは以下の条件で動作するものと仮定して、計算機シミュレーションを行なった。

- 10 階建のビル、フロアの高さは $4m$、基準階は 1 階とする。
- エレベータの時速は Vkm、ドアの開閉時間を δ とし、パラメータとして与える。
- i 階から j 階への呼び発生確率 λ_{ij} は 1 時間で 1 回とする。
- シュミレーション時間は 10 時間とする。
- サービスが完了すると瞬時に基準階へ移動するものとする。

3.2 OD 対の作成

シミュレーションにおいて、i 階から j 階までの呼びの発生確率はすべての i, j によらず一定とした。この仮定のもとで、生成する OD データを表 1に示す。

3.3 計算結果

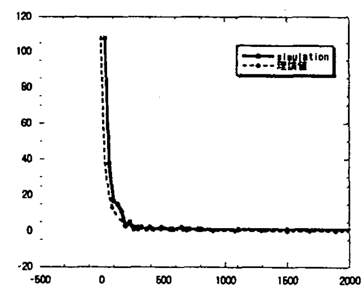

図 5: 理論値とシュミレーションによる値
($\delta = 15_{(sec)}, V = 40$、縦軸はサービス回数、横軸はサービスに要した時間)

図 5にシミュレーションによる分布とモデルから算出された分布を示す。理論値とシュミレーションの結果が良く一致していることがわかる。

参考文献

[1] 田口東:*Journal of the Operations Research Society of Japan*.Vol.37,No.3,(Sep. 1994),pp.232

[2] 伏見正則:確率と確率過程, 講談社,1987.