逐次選択過程におけるオファーの最適観測期間

02601880　法政大学　*松山 宏之　MATSUYAMA Hiroyuki
01900070　法政大学　若山 邦紘　WAKAYAMA Kunihiro

1　はじめに

世の中には、行動の中で情報を得ながら決定を下していかなければならない問題が多くある。しかもその場合、決定はその場で下さなければならず、いったん過ぎてしまったことをさかのぼってむし返すことはできないことが多い。ここで、それを受け入れることによって自分が得られる効用をオファーと呼ぶことにする。目的は決められた時刻までにできるだけ大きな価値のオファーを受け入れるようにすることである。このような問題を数学的に定式化したものが、逐次決定問題と呼ばれるものである。

この問題の中で、「いつ観測をやめて決断を下すか」が焦点となっている問題は最適停止問題と呼ばれ、今までにさまざまな停止規則が発表されてきた。その規則のほとんどが、オファーの価値が従う分布形とその分布のパラメータが既知であることを仮定している。しかし実際には分布形は経験的に分かっていても、パラメータまでは事前に分からないことが多い。そこで我々はこういったケースについて考え、このような場合にも停止規則が適用できるようにしていくことを考えた。

2　停止規則

2.1　分布のパラメータが既知の時

これまでに発表されている停止規則として、次期以降に最適な選択をしていったとした場合の受けとれるオファーの価値の期待値を判定基準とするものが代表的である。i 期におけるオファーを x_i、i+1 期からＮ期まで最適な選択をしていったとした場合の期待値を $E(f_{N-i})$ とすると、j 期における基準 C_j は次の式で表され、この基準をはじめてこえたオファーを受けとるようにする。

$$C_j = \max \ E(x_{j+1}, E(f_{N-i-1}))$$

この基準を作る際分布のパラメータが既知であることが必要で、あらかじめこれが分かっていれば、期間の全体でオファーの選択を行なうことができる。

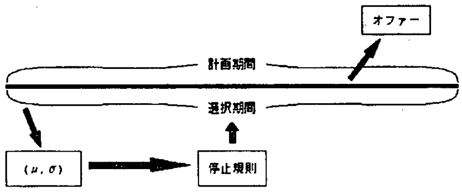

図 1 既知の時選択

2.2　分布のパラメータが未知の時

選択の基準を作るためには分布のパラメータが必要なので、これを期間内で推定し、それを用いて選択の基準を作ることを考えた。従って、計画期間全体をパラメータを推定するためにオファーを流す部分（推定期間）と、推定したパラメータを従来までの停止規則に適用させる部分（選択期間）とに分けた。

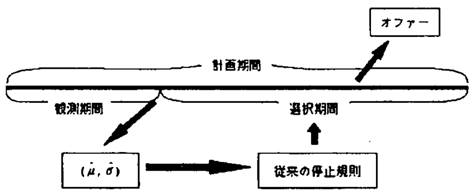

図 2 未知の時選択

推定したパラメータを停止規則に適用させるとき、推定値は実際の分布のパラメータとの間に誤差を生じている。この誤差は小さい方が望ましいため、パラ

*法政大学大学院工学研究科システム工学専攻修士過程

メータ推定のための観測期間を長くする必要がある。しかし、これをあまり長くしてしまうとオファーを受け入れる期間が短くなってしまい、大きな価値のオファーを受け入れにくくなる。従って、パラメータ推定のための観測期間をどのぐらいにすればよいかが問題となる。

以下では、受けとることができるオファーの価値の期待値を最大にする観測期間を、最適な観測期間として求めていくことにする。

3 受け取れるオファーの期待値

まず、以下で使用する記号について定義しておく。

π_j : 観測期間の長さを j としたときの受け取れるオファーの期待値

N : 計画期間の長さ

j : 観測期間の長さ

μ : オファーの価値の平均

$\hat{\mu}_j$: 観測期間の長さを j としたときのオファーの価値の観測値の平均

β_j : $\dfrac{\hat{\mu}_j}{\mu}$

σ : オファーの価値の分散

$\hat{\sigma}$: オファーの価値の観測値の分散

x : オファーの価値の確率変数

$F(x)$: オファーの価値の確率分布関数

$f(x)$: オファーの価値の確率密度関数

c_i : i 期における停止基準

T_i : i 期に選択される確率

V_i : i 期に選択した場合のオファーの期待値

ここで、

$$c_i = \begin{cases} \displaystyle\int_{-\infty}^{\beta_j c_{i+1}} \beta_j c_{i+1} f(x)dx + \int_{\beta_j c_{i+1}}^{\infty} x f(x)dx \\ \qquad\qquad (\ i = j+1 \sim N\ ) \\ \mu \qquad (\ i = N-1\ ) \\ -\infty \qquad (\ i = N\ ) \end{cases}$$

$$T_i = \begin{cases} 1 - F(\beta_j c_i) \qquad (\ i = j+1\ ) \\ \left(\displaystyle\prod_{k=m+1}^{i-1} F(\beta_j c_k)\right) \cdot (1 - F(\beta_j c_i)) \\ \qquad\qquad (\ i = j+2, \cdots, N-1\ ) \\ \displaystyle\prod_{k=1}^{N-1} F(\beta_j c_k) \qquad (\ i = N\ ) \end{cases}$$

$$V_i = \begin{cases} \dfrac{\int_{\beta_j c_i}^{\infty} x f(x)dx}{\int_{\beta_j c_i}^{\infty} f(x)dx} = \dfrac{\int_{\beta_j c_i}^{\infty} x f(x)dx}{1 - F(\beta_j c_i)} \\ \qquad\qquad (\ i = j+1, \cdots, N-1\ ) \\ \mu \qquad (\ i = N\ ) \end{cases}$$

これより、

$$\pi_j = \int_0^{\infty} \sum_{k=j+1}^{N} T_k \cdot V_k \, df(\beta_j)$$

ここで、

$$\begin{cases} \pi_j \geq \pi_{j+1} \\ \pi_j \leq \pi_{j+1} \end{cases}$$

となるような、j が最適な観測期間である。したがって、π_j を逐次計算することにより最適な観測期間を求めることができる。

例として、オファーの価値の分布形が指数分布で、平均が 50 のときの最適な観測期間を図 3 に示す。

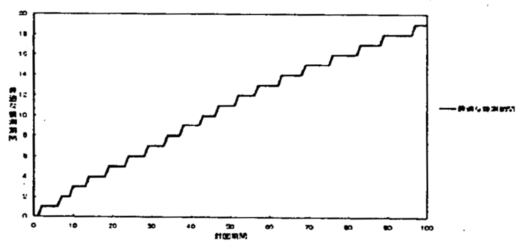

図 3 最適な観測期間

この他の結果については、発表時に示す。

参考文献

[1] 竹内 啓, ストッピング・ルール, オペレーションズ・リサーチ,Vol.24,No.6,1979

[2] 田口 玄一, 確率・統計,1981

[3] 松山 宏之, 若山 邦紘, 逐次選択過程におけるオファーの最適観測期間,1996 年度日本オペレーションズ・リサーチ学会秋期研究発表会アブストラクト集,1996