

## 配達と積荷作業が混在する車両配送計画問題に対する近似解法

大阪市交通局 米澤佳子 Keiko Yonezawa  
01104684 京都大学 加藤直樹 Naoki Katoh  
02601414 大阪府立大学 \*森田裕之 Hiroyuki Morita

## 1 はじめに

本論文では、配達と積荷作業が混在する状態で、車両が積載量制約( $k$ )を満たしながら巡回するときの総巡回コストを最小化する問題(Vehicle Routing Problem with pickup and Delivery; 以下VRPDと略す)に対する近似解法を提案し、計算実験によってそれらの性能を比較する。提案する近似解法の特徴は、M.X.GoemansとD.P.Williamsonの次数制約付き森問題(Constrained Forest Problem; 以下CFPと略す)に対する精度の高い近似解法(以下GW法と略す)を利用している点にある。計算実験では、提案する解法間の性能の比較を行うとともに、下限値との比較によって、われわれの近似解法の実用性を示す。

## 2 VRPDの定義

本論文では、顧客点集合 $V$ が平面上の点集合であり、 $V$ はさらに任意の配達顧客集合 $D$ と、任意の積荷顧客集合 $P$ に分割される。配達(積荷)量は単位量で既知とし、コストは作業点間距離として与えられるものとする。このとき積載量制約 $k$ を持つ車両がデポを出発し、制約条件を満たしつつすべての配達と積荷の作業終了後、デポに帰還する。その目的は、サービスを行う使用車両全体の総配送距離の最小化である。車両特性については、その積載スペースは配達と積荷の商品について共用可能であり、車両は $k$ 単位以下の配達商品を積んでデポを出発する。また各顧客の数は等しい( $|D| = |P|$ )ものと仮定する。(異なる場合、架空の顧客をデポ上に調整して、便宜上同数であると考えられることができる。)

3  $k=2$ の場合の近似解法

近似解法を考える際、どの顧客を巡回するのかという各 $k$ 顧客の部分集合への分割とそれらの顧客をどのように巡回するのかという巡回路決定の2つの問題を考える必要がある。 $k=2$ の場合、後者の問題は全部で8パターンの巡回路を調べればよいので、最適なものを選択する。したがって分割部分について、以下で3つの近似解法を提案する。

## 近似解法 Matching\_based\_mixed(2)

1.  $d$ (配達作業)を $p$ (積荷作業)に割り当てるために2部グラフの最小重み完全マッチング問題(コストは2点間距離)を厳密に解き、 $d-p$ ペアを作る。
2. 作成した $d-p$ ペアに対し、GW法を利用した最小重み完全マッチング問題に対する近似解法を適用し、顧客部分集合 $\{d, d, p, p\}$ を決定する。

## 近似解法 CFP\_based\_separate(2)

1. Matching\_based\_mixed(2)の2と同様に各 $D$ と $P$ の集合に対してGW法を適用し、 $d-d$ ペア、 $p-p$ ペアを作成する。
2. 1.の各ペアを架空の1点( $dd$ または $pp$ )とみなし、2部グラフの最小重み完全マッチング問題として $dd$ を $pp$ に割り当てる。

## 近似解法 CFP\_based\_mixed(2)

この解法は、1段階で4つ組作業を決定する。まずGW法を応用して $D$ 点と $P$ 点が同数で、かつ4の倍数個の点を持つ成分からなる森を出力する。このとき森のすべての成分がちょうど4個ずつの作業点を持てば、分割が終了する。サイズが8以上の成分に対しては、同一成分内の頂点で最小木を作り、そのすべての枝を2重にしてオイラー閉路を作成する。このオイラー閉路の $D$ 点( $P$ 点)に対して、同じ点は1度だけ訪れるように枝のショートカットを行ないながら、 $D$ 点( $P$ 点)だけのオイラー閉路を作る。最後にオイラー閉路の任意の点から始め、2番目毎のパスをカットして、2個ずつの頂点ペアに分解する。この後CFP\_based\_separate(2)の2と同様の操作により分割が完成する。ただし $dd$ 点を $pp$ 点に割り当てるコストは、顧客部分集合 $\{d, d, p, p\}$ とデポからなる最短TSP-tour距離を与える。

4 一般的な $k$ に対する近似解法

以下の近似解法は、分割部分について $k=2$ の近似解法を一般化したものである。ただし巡回路決定部分については、すべての順路を調べることは困難であるため、求めた各部分集合に対しても、新たな巡回路作成の近似解法を適用する。

### 近似解法 CFP\_based\_mixed(k)

CFP\_based\_mixed(2)を一般化した近似解法である。異なるのは、4作業の倍数の森を出力していた部分を、2k作業の倍数の森を出力するようにした点である。2k個より多くの作業点集合を持つ成分に対しては、k=2の場合と同様に、ちょうど2k個ずつの作業点集合になるように分割を行う。以下も同様に2部グラフの最小重み完全マッチング問題を解くことで、k個のd作業をk個のp作業に割り当てる。異なるのは頂点集合の最小木の総枝長に、デポと各作業点をつなぐ最短の枝長を各1本ずつ加えたコストで評価する点である。

### 近似解法 CFP\_based\_separate(k)

(CFP\_based\_separate(2)の一般化)

1. CFP\_based\_mixed(k)と同様の分割を、D集合とP集合に対して別々に行う。そしてそれぞれサイズkの部分集合に分割する。
2. 1.で求めた各k個のd作業をk個のp作業に割り当てるために、CFP\_based\_mixed(k)と同様の操作を行う。

### 巡回路作成部分の近似解法

基本的な考え方は、デポに最も近い配達点への移動から始め、車両積載量kを越えないよう巡回することである。その方法として、各作業組の最小木を作成し、これを利用して、その隣接点に移動しながら巡回する。そのとき分岐点では、その点に隣接する未探索の点vの中から、vを根とする部分木においてDに属する点の数からPに属する点の数を引いた差の値が最大の点に進むというルールを適用する。(このルールにより実行可能な巡回路になることが保証される。)そして積載量制約kを満足する限りは、配達・積荷作業とも最初に訪れたときに行う。もし積荷作業ができない場合は、帰路で行う。そして巡回路は、完成したパスに最初に訪れたD点と最後に訪れたP点とをデポにつなぐことで完成する。

## 5 計算実験による比較及び評価

実験では、簡単のため各問題のサイズ(頂点数)を4の倍数とし、頂点の半分をD顧客、また半分をP顧客とした。頂点座標は一様乱数によって、各サイズ50問題例を生成した。頂点間の距離はk=2のときはL<sub>∞</sub>距離を、k≥3ではユークリッド距離を用いた。

図1はk=2の総巡回距離の平均値の結果である。図2はk≥3の問題サイズ240のとき、kの値を変化させた結果であり、最小1木などを利用して下限値を算出し、この値と求めた近似解の比を計算して性能評価を行った。

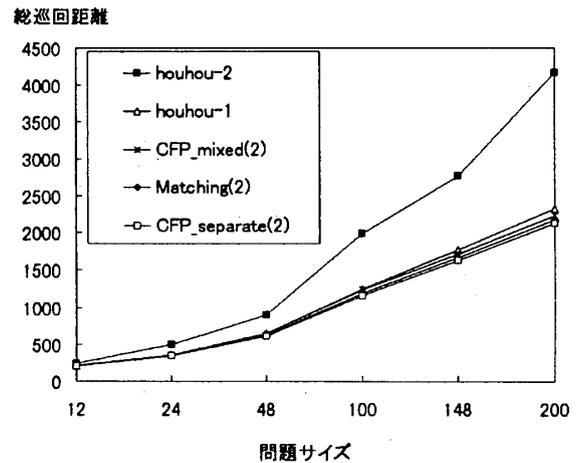


図1: k=2の場合の実験結果

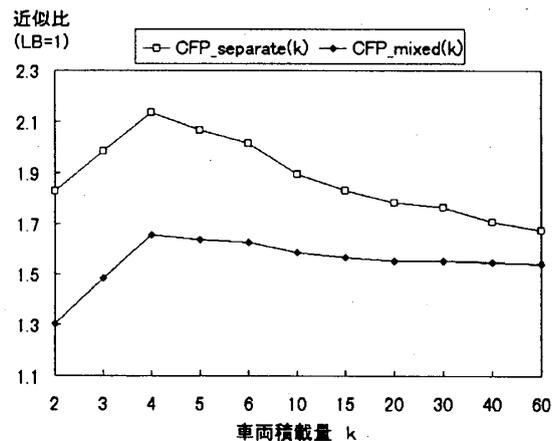


図2: kが一般的な場合の近似解の性能評価(240点)

- k=2では、CFP\_based\_separate(2)が、k≥3では、CFP\_based\_mixed(k)が最も優れた性能を示した。
- 提案した解法は、最大で下限値の2倍程度、平均では1.6倍程度の近似解を導出している。

以上より、本論文で提案した近似解法は、実用的には優れた近似解を導出すると考えられる。紙面の制約上、詳細については述べる事ができなかったが、報告において近似解法のより詳細な説明と、より多くの実験結果を報告したい。

### 【参考文献】

- 1) M.X.Goemans and D.P.Williamson. A general approximation technique for constrained forest problems. *SIAM J. Comput.* 24(2), 296-317, 1995.