

不確実要素を含む協力ゲームの解について

入会予定 大阪大学 *鶴見 昌代 TSURUMI Masayo
01204084 大阪大学 塩出 省吾 SHIODE Shogo
01005194 大阪大学 石井 博昭 ISHII Hiroaki

1 はじめに

協力ゲームには、さまざまな合理性の基準によって、いくつかの異なる解の概念が存在する。ここでは、提携が形成されたとき利得がどのように分配されるかについて、交渉集合をもとに考察する。

現在成立している提携内で任意の2人のプレイヤーが、自分への利得分配を多くしようと交渉すると考える。それぞれのプレイヤーが相手に対して自分への分配を大きくしようとする根拠として異議が考えられる。それに対して、その異議への反論の根拠を逆異議という。交渉集合は、異議が存在しないか、またはいかなる異議についてもそれに対する逆異議が存在する個人合理的利得構成の集合と定義される。

一般に交渉集合は、その基準となる提携は許容の可否かで2値的に考えられている。しかし、異議、逆異議の根拠となる提携が組まれやすいか否かが、それぞれの要求の強さに影響するという状況も考えられ、2値的にのみ考えるのでは捉えきれない面があると思われる。ここでは、この駆け引きに用いられる提携が許容の可否が確率的にしかわかっていないものとして考えてみたい。

2 交渉集合への提案

プレイヤーの集合 $N = \{1, 2, 3\}$ とし、ゲームは合理的ですべての提携が許容であるとすると、交渉集合を考えるにあたっては

$$v(\phi) = v(1) = v(2) = v(3) = 0$$

$$v(12) = v_3, \quad v(13) = v_2, \quad v(23) = v_1$$

$$v(123) = v$$

$$v, v_1, v_2, v_3 \geq 0$$

として一般性を失わない。

一般的な交渉集合は v, v_1, v_2, v_3 既知のとき、その大小関係によって場合分けされて与えられる。

ここで、2人の提携が実行不可能なときのその2人の提携値は0と考えておく。つまり、その提携値は提携を組まず単独でいる場合の値の2人についての和と考える。また、提携 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ が実行可能である確率を、それぞれ p_3, p_2, p_1 とすると、

$$v(\phi) = v(1) = v(2) = v(3) = 0$$

$$v(12) = \begin{cases} v_3 & p = p_3 \\ 0 & p = 1 - p_3 \end{cases}$$

$$v(13) = \begin{cases} v_2 & p = p_2 \\ 0 & p = 1 - p_2 \end{cases}$$

$$v(23) = \begin{cases} v_1 & p = p_1 \\ 0 & p = 1 - p_1 \end{cases}$$

$$v(123) = v$$

$$v, v_1, v_2, v_3 \geq 0$$

として考えることができる。なお、プレイヤーが3人の場合、異議、逆異議の性質から、 $v(123)$ の値には確率は与えなくてよい。

このように考えると、提携構造 $\beta = [12, 3]$ の利得構成は

$$v_1 \leq v_2 + v_3, \quad v_2 \leq v_1 + v_3, \quad v_3 \leq v_1 + v_2,$$

$$v_1 < v_3, \quad v_2 < v_3 \text{ のとき、}$$

$$1. \left(\frac{1}{2}(v_2 + v_3 - v_1), \frac{1}{2}(v_1 + v_3 - v_2), 0 : 12, 3 \right)$$

$$p = p_1 p_2$$

$$2. (x_1, v_3 - x_1, 0 : 12, 3) \\ 0 \leq x_1 \leq v_3 - v_1 \\ p = p_1(1 - p_2)$$

$$3. (x_1, v_3 - x_1, 0 : 12, 3) \\ v_2 \leq x_1 \leq v_3 \\ p = (1 - p_1)p_2$$

$$4. (x_1, v_3 - x_1, 0 : 12, 3) \\ 0 \leq x_1 \leq v_3 \\ p = (1 - p_1)(1 - p_2)$$

として考えられる。解が領域で与えられる場合についてメディアンをその時の期待値として考えると、プレイヤー 1 の期待値 $E(x_1)$ 、プレイヤー 2 の期待値 $E(x_2)$ はそれぞれ、

$$E(x_1) = \frac{1}{2}(-p_1v_1 + p_2v_2 + v_3) > 0 \\ E(x_2) = \frac{1}{2}(p_1v_1 - p_2v_2 + v_3) > 0$$

として考えられ、個人合理的（何らかの提携の一員となっている場合のプレイヤーの利得は、提携を組まない場合の利得と同じかそれ以上の値）であり、かつ利得構成の定義（組まれた提携の提携値はそのメンバーにすべて分配される）に反しない。したがって、これを交渉の帰結として考えることも可能である。

このように、 v, v_1, v_2, v_3 の大小関係によって、それぞれ利得構成を提案することができる。提携構造 $\beta = [13, 2]$ 、提携構造 $\beta = [23, 1]$ のときの利得構成はプレイヤーの置換によって求められ、提携構造 $\beta = [1, 2, 3]$ のときの利得構成は $(0, 0, 0 : 1, 2, 3)$ であり、提携構造 $\beta = [123]$ の場合にも場合分けした形で与えることができる。

3 おわりに

今後の研究課題として以下のようなものが挙げられる。

1. 提携の組まれやすさを確率ではない別の測度で表す。
2. 期待値を用いず、より厳密な利得構成を定義する。

3. プレイヤーの数が 4 人以上の場合の考察。
4. 提携値をウエイト（それぞれのプレイヤーのもつ票数）に依存する関数として与える。
5. 新たに与えられた交渉集合による提携形成の分析。

なお、この研究は文部省科学研究費基盤研究(C)(2)08680460 として助成を受けていることを付記しておく。

参考文献

- [1] 鈴木光男, “「新ゲーム理論」第 14 章 交渉集合”, 勁草書房 (1994)
- [2] 鈴木光男, “「ゲーム理論入門」第 11 章 交渉集合”, 共立出版 (1981)
- [3] 鈴木光男, 中村健二郎, “「社会システム」第 3 章 交渉の論理”, 共立出版 (1976)
- [4] 鈴木光男, “「ゲーム理論の展開」第 6 章 交渉集合, カーネル, 仁”, 東京図書 (1973)