1－D－2

1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

# AHPにおける意思決定者の感覚を対数型ファジィ数にあてはめた相対的重要度決定法

岡山県立大学　＊倉重賢治　KURASHIGE Kenji
岡山県立大学　亀山嘉正　KAMEYAMA Yoshimasa
岡山大学　宮﨑茂次　MIYAZAKI Shigeji

## 1．はじめに

複数のあいまいな評価基準のもとで，いくつかの代替案の中から最も優れた案を選択する意思決定問題に対して，AHP(Analytic Hierarchy Process)がよく用いられいる[1,2]．AHPでは，評価基準と代替案に対する相対的な重要度を決定するために，意思決定者が行う要素間の一対比較結果が，重要な役割を果たす．また，一対比較結果には，はじめに言葉による表現が使用されており，その数値化案として，１～９の線形型一対比較値がよく用いられている．しかし，これらの数値化案に対しては，指数型一対比較値を使用すべきだという指摘もなされており[3]，増田らは指数型ファジィ一対比較値を用いて相対的重要度を算出する方法を提案している[4]．この方法では，修飾語に対する数値化案として，決められた広がりを持つ三角型ファジィ数を使用している．更に，亀山らは，これらの方法を拡張して，意思決定者の感覚に合わせた数値化案に対応できるように，各修飾語を任意の広がりの三角ファジィ数で表現することで，相対的重要度を求める方法を提案している[5]．本研究では，修飾語に対する意思決定者の感覚を直接片対数グラフ上で表現し，相対的重要度を算出する方法を述べる．

## 2．意思決定者の感覚に合うファジィ数

n個の要素の重要度 $w_1, w_2, \ldots, w_n$ があり，$w_i/w_j = a_{ij}$ とし，$log_{10} w_i = x_i$ （これ以降は $log w_i$）とすると

$$log a_{ij} = x_i - x_j \quad (1 \leqq i < j \leqq n) \qquad (1)$$

となる．ただし，(1)式は完全に整合性がとれている場合にのみ成立する．しかし，実際の一対比較においては意思決定者の主観的判断に誤りが生じたり，限られた個数の修飾語を用いて比較を行うため，全ての i, j に対して(1)式が成立するとは限らない．この場合，$(x_i - x_j)$ の値ができるだけ意思決定者の回答に等しくなるように変数の値を決定するのが妥当であると考えられる．そこで，ある程度幅を持ったファジィ数を用いる．

本研究では，修飾語に割り当てるファジィ数として片対数グラフに三角型ファジィ数A $=(log a, log m, log b)$ を設定する．その設定方法は，まず，意思決定者に，各修飾語とそれに割り当てる数値化案のモード値m，及び，修飾語に割り当てる数値として，充分満足できる範囲[p, q]を決定してもらう．次に，それらの値を片対数グラフにとり，ファジィ数のモード値を $log m$ とする．更に，ファジィ数の左右の広がり $log a, log b$ については，$[log p,\ log q]$ の範囲が，あるしきい値に対するαカットに対応するように決定する．$\alpha=0$，つまり $a=p$，$b=q$ とすると，後に記す線形計画問題において，少しでも意思決定者の感覚にズレが生じると実行可能解が生成できなくなることがある．そこで，本研究では，しきい値αに対して0.5を設定し，多少整合性が悪くても，実行可能解を求める事ができるようにする．それらの関係は図１に示す通りである．また，a, bの値は

$$log p - log a = 0.5(log m - log a) \qquad (2)$$

$$log b - log q = 0.5(log b - log q) \qquad (3)$$

をそれぞれ満たすので，

$$a = p^2/m \qquad (4)$$

$$b = q^2/m \qquad (5)$$

となる．

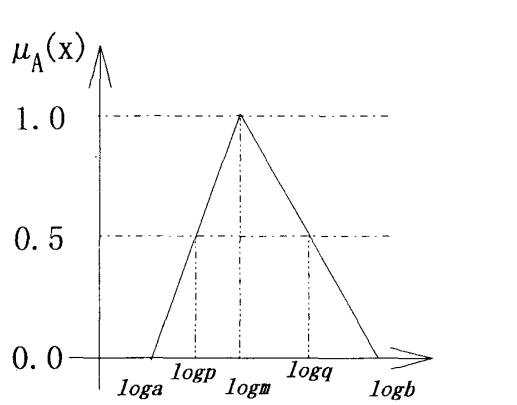


図１　片対数グラフ上にとったメンバシップ関数

ここで，第 j 要素に対する第 i 要素の一対比較の解答値 $a_{ij}$ に割り当てる対数グラフ上の三角型ファジィ数を

$A_{ij}=(\log(p^2_{ij}/m_{ij}),\ \log m_{ij},\ \log(q^2_{ij}/m_{ij}))$

とすると，メンバシップ関数 $\mu_{A_{ij}}(\mathbf{x})$ は

$$\mu_{A_{ij}}(\mathbf{x})=\begin{cases} 0 & (x_i-x_j)\le\log\dfrac{p^2_{ij}}{m_{ij}} \\ \dfrac{1}{2\log\frac{m_{ij}}{p_{ij}}}(x_i-x_j)+1-\dfrac{\log m_{ij}}{2\log\frac{m_{ij}}{p_{ij}}} & \log\dfrac{p^2_{ij}}{m_{ij}}\le(x_i-x_j)\le\log m_{ij} \\ \dfrac{1}{2\log\frac{m_{ij}}{q_{ij}}}(x_i-x_j)+1-\dfrac{\log m_{ij}}{2\log\frac{m_{ij}}{q_{ij}}} & \log m_{ij}\le(x_i-x_j)\le\log\dfrac{q^2_{ij}}{m_{ij}} \\ 0 & \log\dfrac{q^2_{ij}}{m_{ij}}\le(x_i-x_j) \end{cases}$$

$$\mathbf{x}=(x_1,x_2,\ldots,x_n) \tag{6}$$

で表される．

ただし，一対比較結果に最も大きな相違を表現する修飾語を用いた場合は，

$$\mu_{A_{ij}}(\mathbf{x})=\begin{cases} 0 & (x_i-x_j)\le\log\dfrac{p^2_{ij}}{m_{ij}} \\ \dfrac{1}{2\log\frac{m_{ij}}{p_{ij}}}(x_i-x_j)+1-\dfrac{\log m_{ij}}{2\log\frac{m_{ij}}{p_{ij}}} & \log\dfrac{p^2_{ij}}{m_{ij}}\le(x_i-x_j)\le\log m_{ij} \\ 1 & \log m_{ij}\le(x_i-x_j) \end{cases} \tag{7}$$

となる．

3．相対的重要度の決定

(6)，(7)式のメンバシップ関数が作成され，

$$\max\ \lambda$$

*subject to*

$$\lambda\le\frac{1}{2\log\frac{m_{ij}}{p_{ij}}}(x_i-x_j)+1-\frac{\log m_{ij}}{2\log\frac{m_{ij}}{p_{ij}}} \tag{8}$$

$$\lambda\le\frac{1}{2\log\frac{m_{ij}}{q_{ij}}}(x_i-x_j)+1-\frac{\log m_{ij}}{2\log\frac{m_{ij}}{q_{ij}}}$$

$$x_i,x_j\ge 0,\ 0\le\lambda\le 1,\ 1\le i<j\le n$$

のような通常の線形計画問題に変換でき，この問題の最適解 $x=(x^*_1, x^*_2, \ldots, x^*_n)$ を求め

$$w_i=\frac{10^{x_i^*}}{\sum_{i=1}^{n}10^{x_i^*}}\quad(i=1,2,\ldots,n) \tag{9}$$

から，相対的重要度を決定する．

4．整合度の評価

本研究で提案する方法では，2. で説明したように，意思決定者が修飾語に対して割り当てる数値として満足できる範囲は，その修飾語に割り当てるファジィ数のメンバシップ関数値が 0.5 以上になる区間である．ここで，定式化を行ったファジィ線形計画問題を考える．最適解 $x^*$ の帰属度は，全ての一対比較結果に割り当てたメンバシップ関数値のうちの最小値となるので，本研究では，ファジィ決定集合への帰属度が 0.5 以上であれば修飾語による一対比較結果の整合性が良いと判定する．また，$\lambda^*$ が 0.5 より小さい場合，最適解を(6)，(7)式に代入し，各一対比較に対応するメンバシップ関数値を計算する．このメンバシップ関数値が低い一対比較が誤っている可能性があると考えて良い．

5．おわりに

本研究では，一対比較結果を表現する修飾語に対して，意思決定者が満足する数値化案を片対数グラフ上で表現し，それらをファジィ数として相対的重要度を算出する方法を述べた．

参考文献


1) Saaty T.L.:The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill (1980)
2) 刃根：ゲーム感覚意志決定法；日科技連(1986)
3) 亀山，佐山，鈴木：AHP における相対的重要度の数値化とその整合性について；第 30 回自動制御連合講演会前刷，pp137-142(1987)
4) 増田，中村，夜久：指数型ファジィ一対比較値を用いた AHP の相対的重要度の算出；電子情報通信学会論文誌 A ，Vol. j75-A, No. 3, pp. 646-650(1992)
5) 亀山，小川，佐山，鈴木，林：AHP におけるファジィ数を用いた相対的重要度決定法；計測自動制御学会中国支部 30 周年記念学術講演会論文集，pp144-145(1993)
6) Arnold Kaufm ，小川，ann and Madan M.Gupta，（田中英夫　監訳，松岡浩訳）：ファジィ数学モデル；オーム社(1992)