1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

ファジィ距離をもつ施設配置問題

01602685　近畿大学　松富達夫　MATSUTOMI Tatsuo
01005195　大阪大学　石井博昭　ISHII　Hiroaki

1．はじめに

目的関数や制約条件がファジィである施設配置問題の研究には［2］などがあるが、需要点までの距離がファジィであるような場合の研究は未だあまりされていないようである。

需要点の位置がファジィである場合の施設配置問題について［1］で考えた。ここでは、需要点までの距離がファジィであるような場合の問題を扱う。

2．可能性分布

一般に施設配置の問題においては、需要点までの距離を評価尺度として計画問題を考える。しかし、この距離は実際には2点間を移動するために必要とする時間や費用に替わる尺度として使われていると考えられ、場合に応じた適切な距離関数を定義する必要がある。

都市内においては、同じ距離を移動する場合においても、進行方向および場所によりその移動時間は異なり、また時刻によっても変化すると考えられる。このような状況から、ここでは2点間の距離はファジィであるとして取り扱う。

いま、メンバーシップ関数を可能性分布としてみることにより、次のような測度が定義される。

［定義］可能性測度
次の性質を満たす集合関数Πを可能性測度と呼ぶ。

1．$\Pi : \forall A \subseteq \Omega \to [0,1]$
2．$\Pi(\Phi)=0$；$\Pi(\Omega)=1$
3．$\Pi(A \cup B)=\max(\Pi(A),\Pi(B))$, $\forall A, B \subseteq \Omega$

3．問題の定式化

平面上にn個の需要点　$Y_i=(x_i,y_i), i=1,2,\cdots,n$, が存在するものとする。いま、各需要点毎に同じ距離を移動するために要する時間は異なり、かつその時間は交通の混雑度や道路状況などにより確定的ではないと考える。このとき、需要点Y_iと配置すべき施設$X=(x, y)$との間の距離D_iはファジィと、図1に示す可能性分布$\mu_{\tilde{d}_i}(D_i)$をもつものとする。

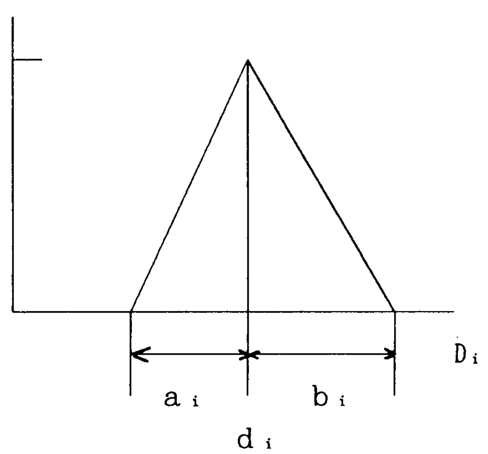

図1　距離の可能性分布

なお、ここでd_iは需要点Y_iと施設間の直角距離で

$$d_i=|x_i-x|+|y_i-y| \tag{1}$$

で定義される。

いま、目的関数値にファジィ目標Gを与え、施設配置問題を様相概念による可能性測度最大化［3］問題Pとして定式化する。

$$\text{問題P：} \quad \underset{(x,y)}{\text{Max}} \ \min_i \Pi_i(G)$$

ここで、$\Pi_i(G)$は可能性測度で

$$\Pi_i(G)= \min\{\mu_{\tilde{d}_i}(D_i), \mu_{G_i}(D_i)\} \tag{2}$$

である。$\mu_{G_i}(D_i)$は（3）式で表される配置施設と需要点Y_i間の距離に関するメンバーシップ関数である。

$$\mu_{G_i}(D_i)=\begin{cases} 1 & ; \quad D_i \leqq e_i \\ 1-\dfrac{D_i-e_i}{l_i-e_i} & ; \ e_i < D_i \leqq l_i \\ 0 & ; \quad D_i > l_i \end{cases} \tag{3}$$

問題Pは次の問題P１と等価である。

問題P１：

$$\underset{(x,y)}{\mathrm{Max}}\ h_i$$

subject to

$\mu_{\tilde{D}i}(D_i) \geqq h_i$、 (４)

$\mu_{ai}(D_i) \geqq h_i$. $i=1,2,\cdots,n$ (５)

D_iの可能性分布より、条件（４）を満たすD_iの領域は次のように表せる。

$$D_i \in [d_i-(1-h_i)a_i,\ d_i+(1-h_i)b_i] \quad (6)$$

また、（３）の定義式よりD_iは次のように書ける。

$$D_i = (l_i - e_i)(1-h_i) + e_i \quad (7)$$

従って、（６）および（７）式よりd_iに関して次のような条件式が成り立つ。

$$e_i+(l_i-e_i-b_i)(1-h_i) \leqq d_i \leqq e_i+(l_i-e_i+a_i)(1-h_i) \quad (8)$$

以上より問題P１は以下の問題P２と等価である。

問題P２：

$$\underset{(x,y)}{\mathrm{Max}}\ h_i$$

subject to

$x-x_i+y-y_i-(e_i+(l_i-e_i+a_i)*(1-h_i)) \leqq 0$、 $x \geqq x_i,\ y \geqq y_i$

$x_i-x+y-y_i-(e_i+(l_i-e_i+a_i)*(1-h_i)) \leqq 0$、 $x \leqq x_i,\ y \geqq y_i$

$x-x_i+y_i-y-(e_i+(l_i-e_i+a_i)*(1-h_i)) \leqq 0$、 $x \geqq x_i,\ y \leqq y_i$

$x_i-x+y_i-y-(e_i+(l_i-e_i+a_i)*(1-h_i)) \leqq 0$、 $x \leqq x_i,\ y \leqq y_i$

$i=1, 2, \cdots, n.$ (９)

これは、変数がx, y, h_iで制約条件が４n個の線形計画問題である。

したがって、問題P１はMegiddo[４]と同様な方法で解法される。

４．幾何学的解法手順

$$k_i = e_i+(l_i-e_i+a_i)(1-h_i)$$

と置く。

手順１：各需要点を中心とした半径k_iのひし形を描き、その内側の領域を$R_i(h_i)$と定義する。実行可能領域$F(X)$は、

$$F(X)=\bigcap_i R_i(0)$$

で表される。このとき、$F(X)=\Phi$なら最適解は存在せず、この手順を終える。そうでなければ手順２に行く。

手順２：各h_iを等しいものとし、その値をα（$0 \leqq \alpha \leqq 1$）と置く。αの値を０から次第に大きくして行き、$R(\alpha)=\bigcap_i R_i(\alpha)=\Phi$である最も小さな$\alpha$を見つけ、その値を$h^*$とする。

手順３：手順２で見つかったh^*が問題P２の最適解であり、その値に対する領域$R(h^*)$が最適配置である。

５．今後の課題

今回は需要点毎に距離に関するメンバーシップ関数を定義したが、進行方向に対して同様な考え方を拡張することや、必然性測度最適化の問題も今後の課題である。

この研究は文部省科学研究費基盤研究(c)(2) 08680460によるものであることを付記しておく。

参考文献

[1]松富、石井”需要点の位置がファジィである施設配置問題”、日本OR学会春季研究発表会予稿集、1996.

[2]U.Bhattacharya,J.R.Rao and R.N.Tiwari, "Fuzzy multi-criteria facility location problem",Fuzzy Sets and Systems,Vol.51, 1992,pp277-287.

[3] M.Inuiguchi and H.Ichihashi," Relative Modalities and Their Use in possiblilistic linear Programming" Fuzzy Sets and Systems, Vol.35(1990), pp.303-323.

[4]N.Megiddo,"Linear-time algorithm for linear programming in R3 and related problems",SIAM J.Comput,Vol.12,pp759-776.