1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

非圧縮転送を考慮した，固定ルート上のファイルの最適な圧縮転送について

01108953　＊金子 美博　KANEKO Yoshihiro
岐阜大学 工学部 電子情報工学科　足立 悟司　ADACHI Satoshi
尾崎 周　OZAKI Chikashi

1. はじめに

コンピュータネットワーク上でファイルの転送が行われる際，大きなソースファイルに対しては，そのファイルを一旦圧縮して転送後，展開することがしばしば行われる．[1] その際，ソースファイルの存在するマシン（ソース）において，そのファイルの圧縮を開始してから，転送した後，転送先のマシン（シンク）において，ファイルを元の形に戻す（展開する）までに要する時間（圧縮転送完了時間）は，ソース及びシンクのマシンの性能や途中の経路の容量に依存する．もし，ソース・シンク以外の経路上のマシンに対しても，ファイルの圧縮及び展開を行うことが可能ならば，そのような圧縮転送完了時間の短縮が期待できる．

ファイルの最適な圧縮転送の問題とは，ファイルの圧縮及び展開を行う２点を適当に選んで，ファイルの圧縮転送完了時間が最小（最適）となるようにする問題である．ソース・シンク間の経路が固定された場合，ファイルの最適な圧縮転送を与える２点が線形時間の手間で求められることが知られている．[2] しかし，圧縮に時間がかかったり，経路上の容量が非常に大きい場合等，状況によっては，圧縮転送がファイル転送の高速化にならないこともある．本報告では，そのような場合も考慮に入れ，ファイルの最適な圧縮転送を行う２点を，できる限り速く求める線形時間のアルゴリズムを提案する．

2. 準備

転送を必要とするファイルをJとする．ファイル加工ネットワーク$N = (V, B, C_V, C_B, \beta)$とは，点集合$V = \{v_i \mid 1 \leq i \leq n\}$，枝集合$B = \{(v_i, v_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq n-1\}$のパスグラフ構造であり，ソース及びシンクをそれぞれv_1及びv_nとする．Vの各点v及びBの各枝eはそれぞれ正のコスト$C_V(v)$及び$C_B(e)$を持つ．コスト$C_V(v)$は点vでJを加工（圧縮もしくは展開）するのに要する時間であり，コスト$C_B(e)$は枝eを通ってJを転送するのに要する時間である．点v_iから点v_jへパスPを通って，未加工のJを転送するのに要する時間をP上の各枝のコストの総和とし，$C_{i,j}$で表す．$\beta (0 < \beta < 1)$はJの圧縮の程度を表すパラメータであり，β倍に圧縮されたJを点v_iから点v_jへ転送するのに要する時間を$\beta C_{i,j}$とする．点$v_i (1 \leq i < n)$でJを圧縮し，点$v_j (i < j \leq n)$でJを展開するようなJの転送方法をv_i－v_jファイル加工スケジューリングと呼び，$D(v_i, v_j)$で表す．

［定義１］　$1 \leq i < j \leq n$である2点v_i, v_jに対して，v_i－v_jファイル加工スケジューリング$D(v_i, v_j)$のコスト$C(D(v_i, v_j))$を，

$$C(D(v_i, v_j)) = C_{1,i} + C_V(v_i) + \beta C_{i,j} + C_V(v_j) + C_{j,n}$$

とする．任意のファイル加工スケジューリングDに対して，$C(D(v_x, v_y)) \leq C(D)$を満たすv_x－v_yファイル加工スケジューリング$D(v_x, v_y)$を，最適なファイル加工スケジューリングと呼ぶ．また，Nの最適なファイル加工スケジューリング$D(v_x, v_y)$が$C(D(v_x, v_y)) < C_{1,n}$を満たすとき，かつそのときに限り，Nに対して圧縮転送は有効である，という．　□

定義1において，$i < j$より，$i \neq n$及び$j \neq 1$であること，すなわち，点v_nでのJの圧縮及び点v_1でのJの展開は行われないことに注意．圧縮及び展開を行う2点（加工点）の組合せが${}_{n-1}C_2$であるため，全てのファイル加工スケジューリングのコストを調べるには$O(n^3)$の手間がかかる．しかし，工夫次第でこの手間は削減できる．このため，Vの各点に対して2つのパラメータθ及びθ'を定義する．

［定義２］　$V \setminus \{v_n\}$上の各点v_iに対して，

$$\theta(v_i) = C_V(v_i) + (1 - \beta) C_{1,i}$$

とする．また，$V \setminus \{v_1\}$上の各点v_jに対して，θ'を

$$\theta'(v_j) = C_V(v_j) + (1 - \beta) C_{j,n}$$

とする．また，

$$\theta(v_n) = \theta'(v_1) = \max\{C_V(v) \mid v \in V\} + C_{1,n}$$

とする．さらに，点集合S_1及びS_2を

$$S_1 = \{u \in V \mid V\text{の各点}v\text{に対して，}\theta(u) \leq \theta(v)\}$$
$$S_2 = \{u \in V \mid V\text{の各点}v\text{に対して，}\theta'(u) \leq \theta'(v)\}$$

とする．　□

定義2において，

$$\theta(v_n) > \theta(v) \quad (v \in V \setminus \{v_n\})$$
$$\theta'(v_1) > \theta'(v) \quad (v \in V \setminus \{v_1\})$$

であり，$v_n \notin S_1$及び$v_1 \notin S_2$であることに注意．

また，v_1以外の点v_iに対して，

$$An(v_i) = \{v_j \in V \mid 1 \leq j < i\}$$

v_n以外の点v_iに対して，

$$De(v_i) = \{v_j \in V \mid i \leq j < n\}$$

とする．

3. ファイル加工スケジューリングの諸性質

定義1,2より次の補題は容易に導かれる．

［補題１］　2点$v_i, v_j (i < j)$に対して，v_i－v_jファイル加工スケジューリング$D(v_i, v_j)$のコストは，

$$C(D(v_i, v_j)) = \theta(v_i) + \theta'(v_j) + \beta C_{1,n}$$

を満たす．　□

［補題２］　$v_y \in S_2 \setminus \{v_n\}$ならば，$De(v_y)$の点$v_j$は，

$\theta(v_j) > \theta(v_y)$である. □

補題2より次の補題が導かれる.

[補題3] S_1上の点v_x及びS_2上の点v_yに対して, $x \leq y$が成り立つ. □

補題1〜3より, 以下の2つの命題が得られる.

[命題1] $v_x \in S_1$及び$v_y \in S_2$とする.このとき, $x \neq y$ならば, $D(v_x, v_y)$は最適なファイル加工スケジューリングである. □

[命題2] $S_1 = S_2 = \{v_x\}$とする.このとき点集合S_3及びS_4を

$$S_3 = \{u \in An(v_x) \mid An(v_x)\text{上の各点}v\text{に対して}, \theta(u) \leq \theta(v)\}$$

$$S_4 = \{u \in De(v_x) \mid De(v_x)\text{上の各点}v\text{に対して}, \theta'(u) \leq \theta'(v)\}$$

とし, $v_{x'} \in S_3$及び$v_{y'} \in S_4$とすると, $D(v_{x'}, v_x)$もしくは$D(v_x, v_{y'})$が最適なファイル加工スケジューリングである. □

補題1より,

$$C(D(v_{x'}, v_x)) - C(D(v_x, v_{y'})) = \theta(v_{x'}) + \theta'(v_x) - \theta(v_x) - \theta'(v_{y'})$$

であるため, 命題2より,

$$\theta(v_{x'}) + \theta'(v_x) \leq \theta(v_x) + \theta'(v_{y'})$$

ならば$D(v_{x'}, v_x)$が最適であり, そうでなければ$D(v_x, v_{y'})$が最適である.

補題1より, 次の命題が得られる.

[命題3] Nに対して, 圧縮転送が有効であるための必要十分条件は, $S_1 \neq S_2$ならば,

$$\theta(v_x) + \theta'(v_y) < (1-\beta)C_{1,n} \quad (v_x \in S_1, v_y \in S_2)$$

が成り立ち, そうでなければ,

$$\min\{\theta(v_{x'}) + \theta'(v_x), \theta(v_x) + \theta'(v_{y'})\} < (1-\beta)C_{1,n} \quad (S_1 = S_2 = \{v_x\}, v_{x'} \in S_3, v_{y'} \in S_4)$$

が成り立つことである. □

命題3より, 次の命題が導ける.

[命題4] Nに対して, 圧縮転送が有効でないための十分条件は, $\theta_0 = (1-\beta)C_{1,n}$とすると,

$(4-1)$ $\quad \theta(v_x) \geq \theta_0 \quad (v_x \in S_1)$

$(4-2)$ $\quad \theta(v_x) + \theta'(v_y) \geq \theta_0 \quad (v_x \in S_1, v_y \in S_2)$

$(4-3)$ $\quad \min\{\theta(v_{x'}) + \theta'(v_x), \theta(v_x) + \theta'(v_{y'})\} \geq \theta_0 \quad (S_1 = S_2 = \{v_x\}, v_{x'} \in S_3, v_{y'} \in S_4)$

のいずれかが成り立つことである. □

4. アルゴリズム

[補題4] θ及びθ'に対して,

$$\theta(v_{i+1}) = \theta(v_i) + C_V(v_{i+1}) - C_V(v_i) + (1-\beta)C_B(v_i, v_{i+1}) \quad (1 \leq i \leq n-2),$$

$$\theta'(v_{j+1}) = \theta'(v_j) + C_V(v_{j+1}) - C_V(v_j) + (1-\beta)C_B(v_j, v_{j+1}) \quad (2 \leq j \leq n-1),$$

が成り立つ. □

補題4より, $\theta(v_i)$から$\theta(v_{i+1})$並びに$\theta'(v_i)$から$\theta'(v_{i+1})$を求めるのは, 共に$O(1)$の手間であるため, Vの各点v_iに対して, $\theta(v_i)(i \neq n)$及び$\theta'(v_i)(i \neq 1)$を求める手間は$O(n)$である.命題1〜4を基にして, 最適なファイル加工スケジューリングとなる2つの加工点を決めるか, または, 圧縮転送が不要であることを示すアルゴリズム$Algorithm$を提案する.

[$Algorithm$]
入力 : ファイル加工ネットワーク$N = (V, B, C_V, C_B, \beta)$
出力 : 最適なファイル加工スケジューリングを与える2点もしくは "圧縮不要"

$Step1.$ $V \setminus \{v_n\}$上の点でθが最も小さい点v_xを求める. また, $\theta_0 = (1-\beta)C_{1,n}$を求める. $\theta(v_x) \geq \theta_0$ならば, $Step5$へ. そうでなければ, $De(v_x) \cup \{v_x\}$上の点でθ'が最も小さい点v_yを求める.
$Step2.$ $\theta(v_x) + \theta'(v_y) \geq \theta_0$ならば, $Step5$へ. $x = y$ならば, $Step3$へ. そうでなければ, v_x, v_yを出力して終了.
$Step3.$ $An(v_x)$上の点でθが最も小さい点$v_{x'}$を求める. $De(v_x)$上の点でθ'が最も小さい点$v_{y'}$を求める.
$Step4.$ $\min\{\theta(v_{x'}) + \theta'(v_x), \theta(v_x) + \theta'(v_{y'}), \theta_0\} = \theta_0$ならば, $Step5$へ. $\theta(v_{x'}) + \theta'(v_y) \leq \theta(v_x) + \theta'(v_{y'})$ならば, $v_{x'}, v_y$を出力して終了し, そうでなければ, $v_x, v_{y'}$を出力して終了.
$Step5.$ "圧縮不要" を出力して終了. □

$Step1, 3$の手間は共に$O(n)$であるため, $Algorithm$全体の手間は$O(n)$である.

5. まとめと今後の課題

本報告では, ソース, シンク間の経路が固定された場合ファイルの最適な圧縮転送となるように, 圧縮及び展開を行う2点を求め, 圧縮転送の必要性も途中で判定するような, 線形時間のアルゴリズムを提案した. 今後の課題として,(1-1) 同一のマシンでも圧縮に要する時間と展開に要する時間が異なる場合,(1-2)$\beta > 1$の場合すなわち, 圧縮ではなく暗号化してファイルを転送する場合,(1-3) ソース, シンク間の経路が何通りもある場合等で, 最適なファイル加工スケジューリングがどの程度の手間で求められるか, (2) インターネットやLAN等, 実際のコンピュータネットワークに適用するためのソフトウェア開発, 等が挙げられる.

参考文献

[1]Mark Nelson:The Data Compression Book, M&T Publishing,Inc.(1992)
[2] 足立, 尾崎, 金子: "ルートが固定された2点間の最短時間のファイル圧縮転送について" 電子情報通信学会 ソサイエティ大会講演予定 (1996)
[3] 伊理, 白川, 梶谷, 篠田: 演習グラフ理論, コロナ社 (1983)