障害の大きさを考慮したソフトウェアの信頼性実証試験に関する離散型モデル
— 障害の大きさがポアソン分布の場合 —

01204874　流通科学大学情報学部　*澤田　清　SAWADA Kiyoshi
01204194　三道　弘明　SANDOH Hiroaki

1．はじめに

信頼性実証試験 [1](Reliability Demonstration Testing) は，ハードウェア製品の開発段階終了後，そのハードウェアに目標とする信頼性が十分に実現されているかどうかの実証・確認を目的として考案された．ソフトウェアの品質保証の方法が問題となっている今日，ソフトウェア製品に対してもこのような信頼性実証試験を実施することは，信頼性という意味での品質向上に貢献すると考えられる．

このような考え方に基づき，筆者らは，これまで，試験中に生起するソフトウェア障害の回数に基づいた種々の信頼性実証試験方法を提案した [2],[3]．さらに，筆者らは，試験中のソフトウェア障害の大きさを何らかの方法で定量的に評価できるものと仮定し，障害の大きさを考慮した信頼性実証試験方法について考案した [4]．そこでは，生産システムの制御ソフトウェアや計算機のＯＳのように，時間に関して連続的に用いられるソフトウェアを対象とし，ソフトウェア障害の大きさが指数分布に従う場合を考えた．本研究では，通常の数値計算ソフトウェアのように時間に関して離散的に使用されるソフトウェア [3] を対象として，試験中の障害回数と障害の大きさの両方を考慮した信頼性実証試験方法を考案する．本報告では，その中で障害の大きさがポアソン分布に従う場合について述べる．

2．問題の設定

ソフトウェアが必要とする一組の入力変数の値の集合を単に入力と呼ぶこととすると，時間に関して離散的に用いられるソフトウェアの信頼度は，次のように定量的に定義することができる．すなわち，対象ソフトウェアに対する可能な入力の数を N，そのうちソフトウェア障害を生起させる入力数を N_0と表すこととする．このとき，N個の可能な入力から任意に選んだ１つの入力に対して，ソフトウェア障害が生起する確率は N_0/Nで与えられる．なお，通常 N，N_0の値は非常に大きく，天文学的な数値となる．前述の確率を p で表す，すなわち $p=N_0/N$とおくと，p は対象ソフトウェアの不信頼度を表すと解釈することができる．

ここでは，このような性質を有するソフトウェアに対して，ソフトウェアの障害回数と障害の大きさの両方を考慮した次のような信頼性実証試験方法を考える．すなわち，対象ソフトウェアに対する可能な入力N個の中から任意に選んだ n 個の入力を用いて対象ソフトウェアを試験し，試験中に生起したソフトウェア障害の回数（障害を引き起こした入力の数）およびソフトウェア障害の大きさの総和に基づき，次のような判定を行う．ソフトウェア障害回数が c 以下で，かつソフトウェア障害の大きさの総和が d 以下ならば合格とする．ソフトウェア障害回数が $c+1$ 以上，またはソフトウェア障害の大きさの総和が d より大きければ不合格とする．この場合の決定変数は，$n(n=1,2,\cdots)$，$c(c=1,2,\cdots,n-1)$，$d(d\geq 0)$ である．

ここで用いる記号は以下のとおりである．

- p_0　ソフトウェアの生産者がその開発を受注したときのソフトウェアの不信頼度に対する契約の値
- p_1　消費者が受け入れ可能な不信頼度の上限値 ($p_0\leq p_1$)
- X_k　k番目のソフトウェア障害の大きさ ($k=1,2,\cdots$)
- $F(x)$　ソフトウェア障害の大きさの分布関数
- μ_0　ソフトウェアの生産者がその開発を受注したときの，ソフトウェア障害の大きさの平均（以下，平均ソフトウェア障害サイズと書く）に対する契約の値
- μ_1　消費者が受け入れ可能な平均ソフトウェア障害サイズの上限値 ($\mu_0\leq\mu_1$)
- R　対象ソフトウェアが不合格となる事象
- A　対象ソフトウェアが合格となる事象

ここでは，次のように仮定する．

(i) k番目のソフトウェア障害の大きさ $X_k(k=1,2,\cdots)$ は，それぞれ独立で同一の確率分布 $F(x)$ に従う．

(ii) 試験中に発生したソフトウェア障害に対するバグの検出・修正は，試験終了後にまとめて実施する．すなわち，不信頼度および平均ソフトウェア障害サイズは試験の間は変化しない．

(iii) p_0，p_1は試験開始時点での不信頼度に対する値を，また，μ_0，μ_1は試験開始時点での平均ソフトウェア障害サイズに対する値を表す．

3．障害の大きさが一般分布の場合

ここで，前述した信頼性実証試験方法を実施したときの生産者リスク，消費者リスクを，それぞれ次のように定義する．

$$\begin{aligned} &Pr[R|p_0,\mu_0]\\ &= \sum_{i=1}^{c} Pr\left[\sum_{k=1}^{i} X_k > d \middle| \mu_0\right]\binom{n}{i} p_0^i(1-p_0)^{n-i}\\ &\quad + \sum_{i=c+1}^{\infty}\binom{n}{i} p_0^i(1-p_0)^{n-i}\\ &= \sum_{i=1}^{c} \overline{F}^{(i)}(d|\mu_0)\binom{n}{i} p_0^i(1-p_0)^{n-i}\\ &\quad + \sum_{i=c+1}^{\infty}\binom{n}{i} p_0^i(1-p_0)^{n-i} \qquad (1) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&Pr[A|p_1,\mu_1] \\
&= (1-p_1)^n \\
&\quad + \sum_{i=1}^{c} Pr\left[\sum_{k=1}^{i} X_k \le d \middle| \mu_1\right] \binom{n}{i} p_1^i (1-p_1)^{n-i} \\
&= (1-p_1)^n \\
&\quad + \sum_{i=1}^{c} F^{(i)}(d|\mu_1) \binom{n}{i} p_1^i (1-p_1)^{n-i} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

ただし,

$$F^{(i)}(d) = \int_0^d F^{(i-1)}(d-x)f(x)dx \qquad (3)$$

$$F^{(1)}(d) = F(d) \qquad (4)$$

$$\overline{F}^{(i)}(d) = 1 - F^{(i)}(d) \qquad (5)$$

とする. 従って, 障害の大きさを考慮した信頼性実証試験は, 式 (1), (2) の左辺の値をそれぞれα, βと指定して得られる連立方程式を解くことにより設計可能である. しかし, この連立方程式は, 決定変数がn, c, dと3つあるため, 一般には解は一意に定まらない.

4. 障害の大きさがポアソン分布の場合

3. では, 障害の大きさを一般分布として定式化した. ここでは, 障害の大きさが平均μのポアソン分布に従う場合を考える. この場合, 個々の障害の大きさが非負の整数をとることから, 障害の大きさの総和の合格判定基準dも非負の整数 ($d = 0, 1, 2, \cdots$) となる.

このとき, 生産者リスク, 消費者リスクは, それぞれ, 式 (1), (2) より,

$$
\begin{aligned}
&Pr[R|p_0,\mu_0] \\
&= \sum_{i=1}^{c}\left[\sum_{k=d+1}^{\infty} \frac{(\mu_0 i)^k}{k!} e^{-\mu_0 i}\right] \binom{n}{i} p_0^i (1-p_0)^{n-i} \\
&\quad + \sum_{i=c+1}^{\infty} \binom{n}{i} p_0^i (1-p_0)^{n-i} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&Pr[A|p_1,\mu_1] \\
&= (1-p_1)^n \\
&\quad + \sum_{i=1}^{c}\left[\sum_{k=0}^{d} \frac{(\mu_1 i)^k}{k!} e^{-\mu_1 i}\right] \binom{n}{i} p_1^i (1-p_1)^{n-i} \qquad (7)
\end{aligned}
$$

となる.

しかし, 前述したように, 式 (6), (7) にそれぞれα, βと指定しても, 一般には解は一意に定まらない. ここでは, 入力数nを与えた場合に, 上記連立方程式を満足する解c^*, d^*を求めることを考える. ただし, cは自然数, dは非負の整数をとることから, 連立方程式の厳密解が存在するとは限らない. ここでは, 次の3つの条件を使って, 解c^*, d^*を求めることとする.

(I) 実現される生産者リスク, 消費者リスクの値は, それぞれα, βを超えない.

(II) sを最小にする.

(III) 最小のs^*の中で, dを最小にする.

5. 数値例

表1に, $(p_0, p_1) = (0.01, 0.02)$, $(\mu_0, \mu_1) = (5, 10)$, $(\alpha, \beta) = (0.05, 0.05)$ と指定し, nを変化させた場合のc^*とd^*を示す. また, 得られたc^*, d^*を用いた場合に実現される生産者リスク, 消費者リスクの値をそれぞれ表中のPR, CRで表す. 表中 – は, 4. の条件 (I)～(III) を満たす解が存在しないことを示す.

表1より, 入力数nが小さいところでは条件 (I)～(III) を満足する解は存在しないが, 入力数nが大きくなると解が存在していることがわかる. このことは, 本信頼性実証試験に対する最小入力数n^*が存在することを示している. すなわち, この数値例の場合$n = 400$と500の間に最小入力数n^*が存在すると考えられる.

表1. 障害の大きさがポアソン分布の場合

n	c^*	d^*	PR	CR
100	–	–	–	–
200	–	–	–	–
300	–	–	–	–
400	–	–	–	–
500	10	48	0.0483	0.466×10^{-1}
600	10	59	0.0495	0.353×10^{-1}
700	12	62	0.0475	0.142×10^{-1}
800	13	70	0.0471	0.861×10^{-2}
900	14	78	0.0492	0.526×10^{-2}
1000	15	90	0.0499	0.452×10^{-2}
2000	28	145	0.0495	0.400×10^{-5}
3000	39	212	0.0499	0.115×10^{-7}
4000	51	265	0.0494	0.798×10^{-11}
5000	62	325	0.0496	0.116×10^{-13}

文献

[1] N.R. Mann, R.E. Schafer and N.D. Singpurwalla, *Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Data*, John Wiley, New York (1974).

[2] H. Sandoh, "Reliability demonstration testing for software," *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R–40, No.1, pp.117–119 (1991).

[3] H. Sandoh and K. Sawada, "Reliability demonstration testing for discrete-type software products," *Proc. of 1991 Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Orlando, U.S.A., pp.428–432 (1991).

[4] K. Sawada and H. Sandoh, "Continuous model for software reliability demonstration testing considering damage size of software failures," *Proc. of the Second Australia-Japan Workshop on Stochastic Models in Engineering, Technology and Management*, Gold Coast, Australia, pp.547–553 (1996).