1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

電力設備補修計画における整数計画法モデル

01205890　（財）電力中央研究所 情報研究所　椎名 孝之　SHIINA Takayuki

1　背景と目的

短期の電力供給計画 [2] においては、設備の補修点検を考えることが不可欠である。補修計画は、考慮する要素の離散性から、組合せ最適化問題として定式化され、整数計画法等の手法によって解が求められる。しかし、整数計画問題は難しい問題に属し、厳密解法は列挙法的な分枝限定法に頼らざるを得ない。そのため、大規模な問題については最適解を得ることは非常に困難であると考えられている。本稿では電力設備補修計画問題に固有の数理的構造を利用し、切除平面法と分枝限定法とを組み合わせた最適解法アルゴリズム (Fractional Cutting Plane / Branch & Bound Algorithm (FCPA/B&B)) を構成する。そして数値実験により、この解法の有効性を検証する。

2　電力設備補修計画の定式化

以下のように記号を定義する。なお、J, W はそれぞれ設備のユニット、計画期間における週を表す添字の集合とする。

表 1　変数

変数	意味
r_w	週 w における供給予備率
x_{jw}	設備 j が週 w に補修開始する時 1、それ以外 0

表 2　パラメータ

パラメータ	意味
a_j	設備 j の容量 (MW)
m_j	設備 j の計画期間における最低補修間隔 (週)
n_j	設備 j の計画期間における補修回数
p_w	週 w における瞬間ピーク最大電力需要 (MW)
I_j	発電設備ユニット j の補修に必要な週数
δ_w	週 w における供給予備率の下限値

補修計画を定式化すると以下の問題となる。電力需要を満たし、かつ予備律の平均が最大となる設備の補修スケジューリングを求める問題である。需要における時間帯などは省略する。また、計画期間における予備率の下限を制約に取り入れた。これによって、各週の供給予備率が一定値以上確保できる。

$$
\begin{array}{lll}
\text{(MIP)} \ \max & \displaystyle\sum_{w \in W} r_w & \\
\text{subject to} & \displaystyle\sum_{w \in W} x_{jw} = n_j, j \in J & \\
& \displaystyle\sum_{j \in J} a_j (1 - \sum_{k=0}^{I_j - 1} x_{j,w-k}) & \\
& \quad = p_w (r_w + 1), w \in W & \\
& r_w \geq \delta_w, w \in W & \\
& x_{jw} \in \{0,1\}, r_w \in \Re^1_+, j \in J, w \in W &
\end{array}
$$

また、計画期間内に複数の補修を考える場合（すなわち $n_j \geq 2$）、次の制約を加える。

$$
x_{jw} + x_{jw'} \leq 1, \forall \mid w - w' \mid \geq m_j, w, w' \in W
$$

3　切除平面／分枝限定法

3.1　解法のアルゴリズム

本稿で提案する手法は、Nemhauser-Wolsey[1] の枠組に基づくものである。初めに整数計画問題 (MIP) の離散条件を連続緩和した線形計画問題を解く。連続緩和問題の最適解は一般的に整数計画問題の実行可能解とはならないため、続いて妥当不等式と呼ばれる制約を添加する。妥当不等式は、連続緩和問題の最適解と整数計画問題の実行可能領域（整数多面体）を分離するものであり、整数解探索領域を狭め、効率的な探索を可能とする。アルゴリズムは、以下の２段階から構成され、従来の分枝限定法よりも効率のよい最適解法が得られることが期待できる。

- **フェイズ 1. 切除平面法**
  ステップ 1. 整数計画問題 (MIP) の離散条件を連続緩和した線形計画問題を解く。
  ステップ 2. (MIP) の連続緩和問題の最適解を用いて妥当不等式を生成する。
  ステップ 3. 連続緩和問題に妥当不等式を追加してステップ 1. へ戻る。
  ステップ 4. 妥当不等式が生成できない場合は次のフェイズ 2. へ移る。
- **フェイズ 2. 分枝限定法**　フェイズ 1. で妥当不等式が加えられた問題に対して、分枝限定法により解を探索する。

3.2 妥当不等式と分離問題

FCPA/B&B の補修計画への適用は、次の 2 点を解決することによって可能となった。

- **強い妥当不等式の一般形**
  切除平面法の効率化には、実行可能領域（整数多面体）の極大面 (facet) あるいは高次元面を与える強い妥当不等式を求めることが必要である。その形式は、個々の問題の構造に依存する。本稿では 1 次元 0-1 ナップサック被覆不等式 (Knapsack Cover Inequality) を参考にして、補修計画に固有の強い妥当不等式の一般形を導いた。

定理 1 $\sum_{j\in C_w}(1-\sum_{k=0}^{I_j-1}x_{j,w-k})\geq 1, j\in J, w\in W$ は *(MIP)* の妥当不等式となる。

ただし C_w は $\sum_{j\in J}a_j-p_w$ に対する極小被覆

$$\sum_{j\in C_w}a_j>\sum_{j\in J}a_j-p_w$$

である。この不等式は、期 w における極小被覆は、全て停止すると電力需要を満たすことができなくなる設備集合であり、その集合の内で少なくとも 1 つの設備を稼動させなければならない、と解釈できる。

- **分離問題**
  切除平面法において、総ての妥当不等式を列挙することは、計算時間の点からも不可能に近い。そこで、連続緩和線形計画問題の最適解となる整数計画問題の実行不可能解を整数計画問題の実行可能領域から切り離す有効な妥当不等式のみを求める。妥当な不等式の一般形から、有効な妥当不等式の係数などを決定する問題は、分離問題 (Separation Problem) と呼ばれるが、分離問題自体も整数計画問題であるため、難しい問題である。分離問題では 2 種の近似算法（貪欲算法）を用いて、有効な妥当不等式を効率良く生成した。

分離問題では、上の妥当不等式が (MIP) の連続緩和問題の最適解 x^t によって満たされないような C'_w を求める。ここで、x^t に対し、

$$\sum_{j\in C'_w}(1-\sum_{k=0}^{I_j-1}x^t_{j,w-k})<1, j\in J, w\in W$$

かつ $\sum_{j\in C'_w}a_j>\sum_{j\in J}a_j-p_w$ となる C'_w を求める。そして、C'_w を表す変数を z_{jw} とする。すなわち、以下のように定める。

$$z_{jw}=\begin{cases}0, & \text{if } j\notin C'_w\\ 1, & \text{if } j\in C'_w\end{cases}$$

分離問題 $\zeta_w=\min\{\sum_{j\in J}(1-\sum_{k=0}^{I_j-1}x^t_{j,w-k})z_{jw}:$
$\sum_{j\in J}a_jz_{jw}>\sum_{j\in J}a_j-p_w,\ z_{jw}\in\{0,1\},\ j\in J\}$

$(\zeta'_w, z^{C'_w})$ を分離問題の最適解とする。$\zeta'_w\geq 1$ ならば、x^t は全ての定理 1 の妥当不等式を満たす。$\zeta'_w<1$ ならば、$\sum_{j\in C'_w}(1-\sum_{k=0}^{I_j-1}x^t_{j,w-k})\leq 1$ が最も侵された妥当不等式であり、その不成立度は $1-\zeta'_w$ である。分離問題は 0-1 Knapsack Problem であり、本稿では貪欲解法をとる。

分離問題に対する貪欲解法

ステップ 0. Sort $\frac{(1-\sum_{k=0}^{I_j-1}x^t_{j,w-k})}{a_j}, j\in J$ such that $\frac{(1-\sum_{k=0}^{I_l-1}x^t_{l,w-k})}{a_l}\leq\frac{(1-\sum_{k=0}^{I_{l+1}-1}x^t_{l+1,w-k})}{a_{l+1}}, l, l+1\in J$.

ステップ 1. $D=0, j=1$.

ステップ 2. $D=D+a_l, z_{lw}=1$.

ステップ 3. If $D\leq d_w$, then $l=l+1$,goto Step 2, else $z_{l+1w},\ldots,z_{|J|w}=0$.

この貪欲解法では、実際は $\sum_{k=0}^{I_l-1}x^t_{l,w-k}=0$ となるものについて $z_{lw}=1$ とする可能性があり、分離問題ではステップ 0. で $(1-\sum_{k=0}^{I_j-1}x^t_{j,w-k})$ のソーティングを考えた貪欲解法も同時に考える。

4 数値実験

次の 2 つの補修計画について最適計画を求めた結果を示す。本稿で提案した FCPA/B&B と通常の分枝限定法で比較を行った。何れの場合も、計算時間、子問題生成数についても本稿で提案した解法が優れており、問題の規模拡大に際しても有効となることが期待できる。

表 3 実験結果

問題	11 設備,52 週	20 設備,52 週
FCPA/ B & B	計算時間 83 sec 子問題数 356	623 sec 子問題数 15139
通常の B & B	計算時間 96 sec 子問題数 7268	4357 sec 子問題数 190369

5 今後の展開

今後は、さらに大きな規模の問題を取り扱い、この方式の優位性を確認する。また、この解法および定式化は、ローカルアクセスネットワーク設計問題における集線装置配置問題 (Concentrator Location Problem) に適用可能である。

参考文献

[1] G. L. Nemhauser and L. A. Wolsey, Integer and Combinatorial Optimization, Wiley-Interscience, 1988.

[2] 椎名孝之, 確率的電力供給計画モデル, 第 7 回 RAMP シンポジウム論文集, 37-52, 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 1995.