1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

遺伝的アルゴリズムによる巡回セールスマン問題のマルコフ解析

02401560　法政大学　*長崎 勇治　NAGASAKI Yuji
01900070　法政大学　若山 邦紘　WAKAYAMA Kunihiro

1　はじめに

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms, 以下 GA) とは, 生物の進化の課程を模倣した手法で, 人工生命や人工知能, そして最適化問題などのさまざまな問題に応用されている.GA を最適化問題へ応用する際にエリート保存戦略などの遺伝的操作が用いられるが, 実際に GA に対してどのような影響を与えるのかは経験的にしかわかっていない.

そこで本研究では, よく GA の応用として用いられる巡回セールスマン問題 (Travering Salesman Problem, 以下 TSP) をマルコフ連鎖として定式化し, 近似なしに GA の挙動を観察できるモデルを作成した. 実際に用いられるような規模の TSP では, 状態数が多すぎ解析が困難であるので, まずは小規模で単純な構造の問題として, 都市数 4 の TSP を解析する.

2　GA による TSP の解法

2.1　サブツアー交換交差

GA の特性を反映させるために, 形質の遺伝性が高いサブツアー交換交差を用いた. サブツアー交換交差では, 親の染色体をそれぞれランダムに 2 点で切り, 2 点間に含まれる遺伝子の要素が全て一致するときに限り交差を行なう. また, 交差を行なった場合図 1 のように 4 通りの子が生成される. この方法では, 親のすべての形質を子に伝えることができる.

*法政大学大学院工学研究科システム工学専攻修士過程

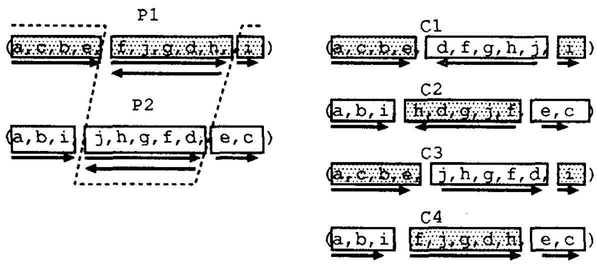

図 1 サブツアー交換交差

2.2　その他の遺伝的操作とパラメータ

集団サイズは 2, 交差率は 1 とし, 交差回数の制限は設けない. 選択にはルーレット選択を用いるが, 集団内での同一個体の重複を避けるために, 非復元抽出を行なうこととする.

また, 突然変異もモデル化可能であるが、モデルの簡単化のため今回は考慮しない.

3　マルコフ連鎖による定式化

3.1　マルコフ連鎖

本研究で使うマルコフモデルの概念について簡単に述べる. 状態 i から jへの推移確率 p_{ij} を要素に持つ行列を, 推移確率行列 Pとする.この推移確率は, すべての時点で同じであると仮定すると, 状態確率分布 $\pi(t-1)$ から$\pi(t)$ への推移は, 次のように表される.

$$\pi(t) = \pi(t-1)P = \pi(0)P^t \qquad (1)$$

このとき $p_{ii} = 1$ である状態 i を吸収状態という. この吸収状態 i から他の状態へは推移できないので, その時点で探索は終了してしまう. しかし GA では,

このような吸収状態に陥らないように, 突然変異や, 集団内に同一個体の重複を許さない, というような操作を行なう. したがって, どの状態からどの状態へでもいつかは到達することができるので,GA は既約なマルコフ連鎖である.

3.2 エルゴード的マルコフ連鎖

既約なマルコフ連鎖には,t を大きくしていくとある一定の分布 (定常分布) に近づいていく 「エルゴード的マルコフ連鎖」と,r個の部分集合を順に訪問する 「周期rの周期的マルコフ連鎖」があるが, 一般に周期 rのマルコフ連鎖は,r個のエルゴード的マルコフ連鎖に分解することができる.

エルゴード的マルコフ連鎖では,$\pi(t)$ が収束するベクトルをα, その要素をα_iとすると,αは初期分布 $\pi(0)$ によらず

$$\alpha = \alpha P \tag{2}$$

$$\sum \alpha_i = 1 \tag{3}$$

$$\forall i \ \ \alpha_i > 0 \tag{4}$$

をみたす唯一の解として求められる. この定常分布 αには次の 3 つの意味がある.

1. $\pi(t)$ の極限
2. $\alpha = \alpha P \ \ (\pi(0) = \alpha$ならば$\pi(t) = \alpha)$
3. 長期間に各状態を訪れる相対頻度

この定常分布を計算することで,GA における集団がどのような挙動をするのかを知ることができる.

3.3 定式化

ひとつの生物集団を状態と考える. 都市数を n, 集団サイズを m すると, 全状態数 Nは

$$N = \binom{(n-1)!}{m} \tag{5}$$

例えば都市数 4, 集団サイズ 2 とすると, 解を表す個体数は 6, 全状態数 $N = 15$ である. ここで表 1 のようにすべての個体に番号をつける.

表 1:個体の種類

個体番号	染色体
I_1	1 2 3 4 1
I_2	1 3 2 4 1
I_3	1 2 4 3 1
I_4	1 4 2 3 1
I_5	1 4 3 2 1
I_6	1 3 4 2 1

また, すべての親の組合せに対して交差をさせたときに生まれる子の一覧を、表 2 に示す. 生じた子の中から, 非復元抽出のルーレット選択によって 2 つの個体が選択され, それが次世代の親となる.

表 2:生じる個体

状態 i	親	子 C_i
1	I_1, I_2	I_1, I_2, I_4, I_5
2	I_1, I_3	I_1, I_3, I_5, I_6
3	I_1, I_4	I_1, I_2, I_4, I_5
4	I_1, I_5	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$
5	I_1, I_6	I_1, I_3, I_5, I_6
6	I_2, I_3	I_2, I_3, I_4, I_6
7	I_2, I_4	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$
8	I_2, I_5	I_1, I_2, I_4, I_5
9	I_2, I_6	I_2, I_3, I_4, I_6
10	I_3, I_4	I_2, I_3, I_4, I_6
11	I_3, I_5	I_1, I_3, I_5, I_6
12	I_3, I_6	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$
13	I_4, I_5	I_1, I_2, I_4, I_5
14	I_4, I_6	I_2, I_3, I_4, I_6
15	I_5, I_6	I_1, I_3, I_5, I_6

このモデルを用いて, エリート保存戦略を用いた場合に, 収束の様子にどのような影響があるか、などを調べる. 推移確率行列, 計算結果, 考察等は発表時に示す.

参考文献

[1] 森村, 高橋 「マルコフ解析」日科技連 (1979)

[2] 小林 重信 他 「遺伝的アルゴリズムの基礎と応用 [I]~[IV]」オペ レーションズ ・リサーチ Vol.38 No.5-8 (1993)