1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

高速道路の料金を考慮した交通量配分問題

02401450　東京理科大学　＊野々峠　裕文　NONOTOH Hirofumi
01401450　東京理科大学　沼田　一道　NUMATA Kazumichi

1　はじめに

交通量によって各道路の所要時間が変化する道路網で，始点と終点の組とその間の移動要求量が与えられ，各利用者は全経路の状況を把握した上で，目的地までの所要時間を最小にする経路を選択すると仮定した場合に，道路網で実現する交通の流れ(交通流)を求める問題を交通量配分問題という．

この問題は，道路網での流量の保存と非負制約を制約条件とし，適当な非線形関数を目的関数とする最小費用流問題に帰着する．

この問題については，ネットワーク構造を利用した解法や変分不等式問題[1]として扱うことによって得られる様々な解法が活発に研究されている．

本発表では，一般道路と高速道路からなる道路網を扱う．ここで，高速道路料金は，首都高速道路のように，高速道路を利用するときに一定の料金を支払うものとし，高速道路の利用を終えるまでの利用セグメント数と料金の間に関係はないものとする．

このような道路網について問題を定式化し，解法の適用を考える．

2　問題と定式化

一般道路と高速道路からなる道路網では，各利用者は目的地までの所要時間と高速道路料金が共になるべく小さくなるよう移動すると考えられる．ここで、利用者は所要時間と高速道路料金の間に然るべき重み付けをして判断するものとする．以下では，全利用者が一定の重み付けを行うとする．この重み付けに基づいて，所要時間と高速道路料金を統合したものを費用とみなし，目的地までの費用を最小にするような経路を選択すると仮定する．

以下に，問題の定式化のための諸定義を行う．道路網を表すグラフを有向グラフ $G=(N,L)$ とする．ここで，Nはノード集合，Lはリンク集合である．道路網の始終点の組の集合を Pとする．ここで，任意の第 $k\ (\in P)$ 番目の始終点の組について，q^kをその間の移動要求量，R^kをその間を結ぶ経路集合，f^k_rを経路 $r\ (\in R^k)$ を流れる流量，h^k_rを経路 $r\ (\in R^k)$ に沿って移動するとき支払う高速道路料金，$A^k=\left(a^k_{\ell r}\right)$をリンク-経路接続行列とする．ここで，$a^k_{\ell r}$は経路$r$，リンク$\ell$について，以下のように定義する．

$$a^k_{\ell r}=\begin{cases}1 & : r が \ell を含むとき. \\ 0 & : r が \ell を含まないとき.\end{cases}$$

また，x_ℓをリンク ℓを流れる流量とする．$t_\ell(x_\ell)$をリンク ℓの所要時間関数とする．ここで，$t_\ell(x_\ell)$はx_ℓに関して単調増加で微分可能な関数で与えられる．$\alpha\ (\geq 0)$ を利用者のもつ“所要時間に対する高速道路料金の重み”を表すパラメータとする．

以上を用いて高速道路の料金を考慮した交通量配分問題を定式化すると以下のようになる．

$$min.\quad \sum_{\ell\in L}\int_0^{x_\ell} t_\ell(\xi)d\xi+\alpha\sum_{k\in P}\sum_{r\in R^k} h^k_r f^k_r \qquad (1)$$

$$sub.to\quad \sum_{r\in R^k} f^k_r = q^k \quad (k\in P) \qquad (2)$$

$$f^k_r \geq 0 \quad (r\in R^k\ ,\ k\in P) \qquad (3)$$

$$x_\ell=\sum_{k\in P}\sum_{r\in R^k} a^k_{\ell r} f^k_r \qquad (4)$$

この問題の最適解は，従来の交通量配分問題の最適解がもつ所要時間の等時間性(Wardrop 均衡)と同様の性質である“等費用性”を満たす流れを与える．

3　仮想グラフの構築

問題の目的関数の第1項は，従来の交通量配分問題と同じものである．第2項は，全始終点間の全経路の流量とその高速道路料金とで表される．この目的関数の第2項，制約条件式において，経

路の流量が明示的に用いられていることにより，従来の解法を適用する場合に問題が生じる．

解法を適用する場合の問題点とは，経路が確定されなければ，高速道路料金が決定できないという点である．(解法で，経路を確定するためには，費用 (高速道路料金も含む) が決定される必要がある．)

そのため，グラフ G に以下の操作を加える．グラフ G から，高速道路網を表す部分グラフ $G_h = (N_h, L_h)$ を取り出す．L_hは高速道路を表すリンク集合，N_hは L_hのリンクに接続するノード集合である．この G_hについて，次の操作を行う．

step1 所要時間のみを費用とし，G_hの任意のノードを始点とし，G_hの他のすべてのノードまでの最短路探索を実行する．

step2 **step1** で得られた各ノードまでの最短経路をリンクに縮約する．

step3 **step2** で得られたリンクについて，リンクの費用を対応する最短経路の費用とαで重み付けした高速道路料金の和で与える．

G_hのすべてのノードについて，**step1** から **step3** を行うと，G_hのノードについての完全グラフが生成される．生成されたグラフを $G'_h(N_h, L'_h)$ で表す．L'_hは上の操作で得られたリンク集合である．

この G'_hを先に取り出した G_hに代えて，道路網に組み込む．この操作で新たに生成されたグラフを $G'(N, L')$ で表す．ここで，L'は $L' = (L \setminus L_h) \cup L'_h$ である．

G'を用いると，費用がリンク毎に与えられるため，従来の解法の適用が可能になる．しかし，リンクの費用がその流量によって変化するため，ここで示した操作を交通量の配分が行われるたびに実行する必要がある．

4 問題の解法

一般に交通量配分問題の解法としては，Frank-Wolfe Algorithm を利用した解法 [2][3] や，Column Generation,Simplicial Decomposition[4] のように iteration 毎に経路を生成していく解法が用いられる．

ここでは，これらの解法と基本的な枠組みは同じであるが，解へのアプローチが異なる [5] による解法の適用を考える．

[5] の解法では，現在得られている経路集合に対して，所要時間の等時間性を満たすように連立方程式を解き，その解に基づいて各経路の流量を決定し，経路集合の更新を繰り返す．経路集合の更新が行われなくなれば，得られた流量配分が最適解となる．

この解法は，実行可能領域の端点を用いて，新たな実行可能解を生成する点は，他の解法と同様であるが，実行可能解を生成するときに，経路の等費用性を保持するよう連立方程式を解く点が，他の解法とは異なる．

現在，この解法は，所要時間関数が線形関数で与えられる問題での数値実験は行われているが，非線形関数で与えられる問題への適用は行われていない．

本発表では，[5] の解法を，所要時間関数が非線形関数で与えられる問題への適用可能な解法に改良し，高速道路の料金を考慮した交通量配分問題へ適用した数値実験結果を報告する．

参考文献

[1] S.Dafermos, "Traffic equilibria and variational inequalities," *Transportation Science* 14, pp.42-54 (1980).

[2] T.Larsson, A.Migdalas and M.Patriksson, "A Partial Linearization Method For The Traffic Assignment Problem," *Optimization* 28, pp.47-61 (1993).

[3] Larry J.LeBlanc, Edward K.Morlok and William P.Pierskalla, "An Efficient Approch To Solving The Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem," *Transportation.Science* 9, pp.309-318 (1975).

[4] D.W.Hearn, S.Lawphongpanich, J.A.Ventura, "Restricted Simplicial Decomposition: Computation and Extensions," *Mathmatical Programming Study* 31, pp.99-118 (1987).

[5] 沼田一道，林康一郎，"道路網上の交通流の計算法について，" 日本オペレーションズ・リサーチ学会 1994 年度春季研究発表会アブストラクト集，pp65-66 (1994).