1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

# 非凸燃料費関数を持つ経済負荷配分問題の解法

01204675　山口大学　＊佐藤 泰司　SATOH Taiji
01010525　愛知工業大学　伊藤　雅　ITOH Masaru

## 1　はじめに

火力発電機の経済負荷配分問題では、通常、燃料費－出力特性は単調増加な凸関数で近似されるが、タービンのバルブポイントを考慮すれば発電機の燃料費－出力特性は一般に複雑な形状になる。また、複数の燃料を考慮した場合には、ある出力における最も経済的な燃料種別は発電機出力によって変化するため、選択された燃料種別毎に発電機の燃料費－出力特性を与える必要がある。そこで、本稿では燃料費－出力特性が非凸関数で表される場合の火力発電機の経済負荷配分問題に対して連続系の大域的最適化手法である Tree Annealing (TA) 法 [1] を適用する。

## 2　経済負荷配分問題の定式化

非凸燃料費関数を持つの経済負荷配分問題を次式で定式化する。

$$\begin{cases} Min. & \sum_{i=1}^{n} cost_i(p_i) \\ sub.\ to & \sum_{i=1}^{n} p_i = demand \\ & p_i^{min} \le p_i \le p_i^{max},\ \ i = 1, 2, \cdots, n \end{cases}$$

ここで、

| | | |
|---|---|---|
| $n$ | : | 発電機の台数 |
| $p_i$ | : | 発電機 $i$ の出力、 |
| $cost_i(p_i)$ | : | 発電機 $i$ の燃料費関数、 |
| $p_i^{max}, p_i^{min}$ | : | 発電機 $i$ の出力上下限値、 |
| $demand$ | : | 電力需要。 |

燃料費関数 $cost_i(p_i)$ は複数の燃料を表現するために次式の区分２次関数を用いる。

$$cost_i(p_i) = \begin{cases} a_{i1} + b_{i1}\cdot p_i + c_{i1}\cdot p_i^2, & p_{i0} \le p_i \le p_{i1} \\ a_{i2} + b_{i2}\cdot p_i + c_{i2}\cdot p_i^2, & p_{i1} \le p_i \le p_{i2} \\ \vdots & \\ a_{ik} + b_{ik}\cdot p_{ik} + c_{ik}\cdot p_i^2, & p_{i(k-1)} \le p_i \le p_{ik} \end{cases}$$

ここで、$k$ は燃料の種別を表す添字である。また、$a_{ik}$, $b_{ik}$, $c_{ik}$ は各々第 $i$ 号機の第 $k$ 燃料に関する燃料費関数の定数項・線形係数・２次係数である。

## 3　TA 法の標準形への変換

TA 法 では次式の標準形の問題を取り扱う。

$$\begin{cases} Min. & f(x) \\ sub.\ to & x \in S \subset R^n \end{cases}$$

この問題の評価関数 $f(x)$ は凸性を仮定しない任意の非線形関数である。また、探索領域 $S$ は

$$S = \{x \mid \ell_i \le x_i \le u_i,\ \ i = 1, 2, \cdots, n\}$$

で定義され、この $S$ は有界な $n$ 次元の超直方体を表している。従って、この問題は有界な探索領域 $S$ 内で非線形関数 $f(x)$ を最小にするような連続変数 $x$ の値を求める問題である。

経済負荷配分問題を TA 法の標準形に変形するために需給バランス条件を外点ペナルティ関数で処理する。つまり、需給バランス条件をを $p_n$ について解いて

$$p_n = demand - \sum_{i=1}^{n-1} p_i$$

とし、ペナルティ係数 $\alpha > 0$ を用いてペナルティ関数を次式で定義する。

$$penalty(p_n) = \begin{cases} \alpha\cdot(p_n^{min} - p_n), & if\ \ p_n < p_n^{min} \\ 0, & if\ \ p_n^{min} \le p_n \le p_n^{max} \\ \alpha\cdot(p_n - p_n^{max}), & if\ \ p_n > p_n^{max} \end{cases}$$

ここで、$p_n$ は $p_1, \cdots, p_{n-1}$ の関数となるので、$cost_n(p_n)$ および $penalty(p_n)$ を

$$\begin{aligned} cost_n(p_n) &= cost_n(p_1, \cdots, p_{n-1}) \\ penalty(p_n) &= penalty(p_1, \cdots, p_{n-1}) \end{aligned}$$

と表すことにすれば次式の問題が得られる。

$$\begin{cases} Min. & \sum_{i=1}^{n-1} cost_i(p_i) + cost_n(p_1, \cdots, p_{n-1}) \\ & +penalty(p_1, \cdots, p_{n-1}) \\ sub.\ to & p_i^{min} \le p_i \le p_i^{max},\ i = 1, 2, \cdots, n-1 \end{cases}$$

## 4　Tree Annealing 法

TA 法は離散系の最適化手法である Simulated Annealing 法 [2] を連続系に拡張したものであり、$n$ 次元の有界な探索領域 $S \subset R^n$ における関数 $f(x)$ の最小点を探索する。この探索領域を二分木で表現し、二分木の各々のノードは探索領域内の超直方体であり、子ノードは親ノードを半分に分割することによって得られる超直方体を表すものとする。TA 法では最初に探索領域を粗く分割し、木の探索および成長を繰り返すことにより、最適解がありそうな有望な領域をより細かく分割していく。

### 4.1 木の探索

根から葉に向かって木を探索し、葉に到達したらその葉が表す領域からランダムに点 $y$ を生成する。各々の二分ノードで左右のどちらに降りるかの決定は確率的に行われ、それぞれ確率 $n_L/(n_L+n_R)$ か $n_R/(n_L+n_R)$ で左右どちらかの子ノードに降りる。ここで、$n_L, n_R$ は左右の部分木に含まれる葉の個数を表す。

### 4.2 木の成長

もし $y$ が受理されたら $y$ を含む現在の葉を分割して二つの新しい子ノードを生成する。次に、$y$ を含む葉から木を登り、各々のノードにおける $n_L$ あるいは $n_R$ を増加する。この手続きにより、一度探索された領域は再度探索されやすいことになる。

### 4.3 アルゴリズム

TA 法のアルゴリズムの概略を以下に示す。

**Step 1 :** 初期温度 $T$ を設定する。また、根ノードのみからなる木を構成し、探索領域から初期点 $x$ を生成する。

**Step 2 :** 根から木の探索を行い、点 $y$ を生成する。

**Step 3 :** もし $f(y) < f(x)$ ならば $x$ を $y$ で置き換える。そうでなければ、$\gamma$ を $[0,1]$ の一様乱数とし

$$\frac{g(x)\,p(y)}{g(y)\,p(x)} > \gamma$$

ならば $y$ を受理する。ここで、$V_y$ は $y$ を含む葉の体積で

$$g(y) = \frac{1}{V_y}\prod_{\ell}\hat{P}_\ell$$

$$\frac{p(y)}{p(x)} = exp\left(-\frac{f(y)-f(x)}{T}\right)$$

である。ただし、$\hat{P}_\ell = a_\ell/(a_\ell+b_\ell)$ であり、$a_\ell$ は (レベル $\ell$ で選ばれた方向に従って) $n_L$ あるいは $n_R$ のどちらかである。$y$ が受理されたら木の成長を行う。

**Step 4 :** 平衡状態でなければ Step 2 へ戻る。平衡状態ならば $T = \alpha T$, $(0 < \alpha < 1)$ として Step 5 へ。

**Step 5 :** 基底状態でなければ Step 2 へ戻る。

## 5 数値計算

モデルシステムとして燃料費が 3 区分の区分 2 次関数で表される 10 機系 [3] を用いて数値計算を行なった。初期温度 $T_{MELT} = 100$, 冷却率 $\rho = 0.97$ とした TA 法により得られた結果を表 1 に示す。また、各発電機の出力を 5 区分のメッシュに切り、各々の領域内でランダムに解を発生させた場合 (試行点 $5^{10}$ 個) および探索領域内で 200 万個の解をランダムに発生させた場合に対し数値計算を行なった。上記の 3 種類の解法の評価関数値と計算時間を表 2 に示す。表 2 より、計算時間と解の精度の立場から見ればランダム探索法とメッシュ探索法は同程度の計算効率であり、それらに比べて TA 法がかなり高速であることがわかる。

表 1: TA 法による結果

| No. | Status | Generation | Fuel Cost |
|---|---|---|---|
| 1 | BS | 191.97 | 30.85 |
| 2 | BS | 202.01 | 33.20 |
| 3 | BS | 250.79 | 53.28 |
| 4 | BS | 233.04 | 44.27 |
| 5 | BS | 238.87 | 53.89 |
| 6 | BS | 232.70 | 44.12 |
| 7 | BS | 257.99 | 58.43 |
| 8 | BS | 232.56 | 44.06 |
| 9 | BS | 318.64 | 65.48 |
| 10 | BS | 241.44 | 54.21 |
| Total : | | 2400.00 | 481.79 |

表 2: CPU 時間

| Method | Objective | CPU Time |
|---|---|---|
| Tree Annealing | 481.79 | 33.4 sec. |
| Mesh Search | 485.14 | 242.0 sec. |
| Random Search | 486.83 | 214.2 sec. |

## 6 おわりに

本研究では非凸な燃料費特性を持つ電力系統の経済負荷配分問題に対する Tree Annealing 法による連続型最適化手法を提案した。10 機系のモデルシステムに対して数値計算を行なった結果、メッシュ探索やランダム探索に比べて TA 法は計算効率が良く、最適解にかなり近い解が得られることがわかった。

## 参考文献

[1] G. L. Bilbro and W. E. Snyder : "Optimization of Function with Many Minima", *IEEE Trans. Syst. Man & Cybern.*, Vol. SMC-21, No. 4, 840/849 (1991)

[2] S. Kirkpatric, C. Gelatt and M. Vecchi : "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, Vol. 220, 671/6 (1983)

[3] C. E. Lin and G. L. Viviani : "Hierarchical Economic Dispatch for Piecewise Quadratic Cost Functions," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-103, pp. 1170-1175, 1984.