

DEAにおける時系列データの分析法

東京理科大学 *増田 久美 MASUDA Kumi
02601660 ソニー(株) 平瀬 啓太 HIRASE Keita
01701440 東京理科大学 山口 俊和 YAMAGUCHI Toshikazu

1 はじめに

DEA (Data Envelopment Analysis) は、多入力・多出力系システムにおける相対的な効率性の評価手法として開発された [4]。既に提案されている時系列データを用いた分析法としては FF (Factor Finding Time on Series) 分析法 [1] や WINDOW 分析法 [3] がある。これらの分析法では、分析する期間のデータとその前期のデータを比較するときに、単純に前期と当期の D 効率値の比や平均をとっている。また時系列にデータがあるときに DEA を用いて分析すると各時点において効率的なのか、あるいは効率的でないのかということしかわからない。さらに各々の期によって評価の基準が異なるために同じ基準で評価しているとはいえない。本研究では、DEA において分析する期間のデータとその前期のデータを同じ基準で評価しながら、時系列データを分析する方法を提案する。

2 提案する分析法

時系列データを用いた既存の分析法には FF (Factor Finding Time on Series) 分析法や WINDOW 分析法がある。時系列的に効率値の変化を見たときに、その変化した要因が他の DMU に関係なく分析対象の DMU_a 自身の活動によって効率値が変化したのか、それとも分析対象の DMU_a 以外の DMU の活動によって効率値が変化したのか、というように、効率値が変化した理由を探る方法が FF 分析法である。また、WINDOW 分析法では、各年毎に D 効率値を求め、その平均をとることによって、各年次の DEA 解が等しく影響し合い、時系列変化をより多く測定できる。

一般に企業では時系列的に業績を考えたときに、前期の欠点を改善し、長所をさらに伸ばすことを考える。各 DMU は、DEA の特徴として自分に有利な入出力項目に大きいウェイトをつけることができるので、ウェイト付けされた項目はその期の長所と考え、ウェイト付けされなかった入出力項目はその期の短

所と考える。前期と当期の D 効率値の比較をするときに、単純に前期 ($t-1$ 期) と当期 (t 期) の D 効率値の比率を求めただけでは、各々の期に得られるウェイトが異なるので、同じ基準で評価しているとはいえない。そこで、前期の業績を評価したときに得られたウェイトを用いて当期のデータに適用し、得られた D 効率値と前期の D 効率値との比を求める。この比の値は、前期の業績で高く評価された入出力項目に対する当期の値なので、長所の伸びぐあいがわかる。

また、前期に高く評価されなかった入出力項目について、当期に改善したときには、当期のその入出力項目のウェイトが大きくなると考えられる。そこで、当期の業績を評価したときに得られるウェイトを用いて前期のデータに適用し、得られた D 効率値と当期の D 効率値との比を求める。この比の値により前期の欠点を改善した度合いがわかる。

しかし、DEA ではウェイトが一意に定まらない場合があるので、前期の基準で当期の D 効率値を評価したいときに評価することができない。当期の基準で前期の D 効率値を評価したいときも同様である。そこで、この問題を解決するために、修正クロス効率値 [2] の考え方を応用する。

2.1 提案する時系列データを用いた分析法

修正クロス効率値の考え方を応用して、前期のウェイトで当期の D 効率値を評価する方法を考える。前期のデータで D 効率値を求めたとき、ウェイトが決まらない DMU_a について、以下のように考える。前期のデータを用いて、DMU_a 以外のすべての DMU の D 効率値が 1 以下という条件のもとで、さらに前期の D 効率値を維持したままで、当期の DMU_a の D 効率値が最大になるようにウェイトを決める。まず、分析対象の前期の DMU_a の D 効率値 $\theta_{a,t-1}^*$ を求める。この $\theta_{a,t-1}^*$ を用いて、次の【FP1(A)】によって得られる $h_{a,t}^*$ が前期の基準で当期を評価した DMU_a の D 効率値となる。

定式化にあたり記号を以下のように定義する.

- a : 分析する DMU の番号 ($a = 1, 2, \dots, n$)
 m : 入力項目数
 k : 出力項目数
 $X_{ij,t}$: DMU $_j$ の t 期の i 番目の入力値
 ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$)
 $Y_{rj,t}$: DMU $_j$ の t 期の r 番目の出力値
 ($r = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n$)
 $v_{ia,t}$: 入力 i に対するウェイト
 ($i = 1, 2, \dots, m$)
 $u_{ra,t}$: 出力 r に対するウェイト
 ($r = 1, 2, \dots, k$)

【FP1(A)】
最大化

$$h_{a,t} = \frac{\sum_{r=1}^k Y_{ra,t} \cdot u_{ra,t}}{\sum_{i=1}^m X_{ia,t} \cdot v_{ia,t}} \quad (1)$$

制約条件

$$\frac{\sum_{r=1}^k Y_{ra,t-1} \cdot u_{ra,t}}{\sum_{i=1}^m X_{ia,t-1} \cdot v_{ia,t}} = \theta_{a,t-1}^* \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^k Y_{rj,t-1} \cdot u_{ra,t}}{\sum_{i=1}^m X_{ij,t-1} \cdot v_{ia,t}} \leq 1 \quad (j \neq a) \quad (3)$$

$$u_{ra,t} \geq 0 \quad (r = 1, 2, \dots, k) \quad (4)$$

$$v_{ia,t} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (5)$$

次に、当期のウェイトで前期の D 効率値を評価する方法を考える。当期のウェイトが一意に決まらない DMU $_a$ に関しても同様に求める。 $\theta_{a,t}^*$ を用いて、次の【FP1(B)】によって得られる $h_{a,t-1}^*$ が、当期の基準で前期を評価した DMU $_a$ の D 効率値となる。

【FP1(B)】
最大化

$$h_{a,t-1} = \frac{\sum_{r=1}^k Y_{ra,t-1} \cdot u_{ra,t-1}}{\sum_{i=1}^m X_{ia,t-1} \cdot v_{ia,t-1}} \quad (6)$$

制約条件

$$\frac{\sum_{r=1}^k Y_{ra,t} \cdot u_{ra,t-1}}{\sum_{i=1}^m X_{ia,t} \cdot v_{ia,t-1}} = \theta_{a,t}^* \quad (7)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^k Y_{rj,t-1} \cdot u_{ra,t}}{\sum_{i=1}^m X_{ij,t-1} \cdot v_{ia,t}} \leq 1 \quad (j \neq a) \quad (8)$$

$$u_{ra,t} \geq 0 \quad (r = 1, 2, \dots, k) \quad (9)$$

$$v_{ia,t} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (10)$$

3 おわりに

本研究では、時系列データがある場合、前期と当期の D 効率値の変化を見るのに、単純に前期と当期の D 効率値の比較をするのではなく、前期の基準で当期の D 効率値を評価し、さらに当期の基準で前期の D 効率値を評価する方法を提案した。この方法では、「前期の基準で当期の D 効率値を評価した値」の「前期の D 効率値」に対する比をとることにより、前期の業績で高く（長所と）評価された入出力項目に関して、さらに伸ばした（あるいは悪くした）度合いがわかる。また、「当期の D 効率値」の「当期の基準で前期の D 効率値を評価した値」に対する比をとることにより、前期の業績で高く評価されなかった項目（短所）に関して、当期に改善した（あるいは改善できなかった）度合いをみることができる。

【参考／引用文献】

- [1] 枇々木規雄：“効率性の変化する要因を探る DEA / FF 分析法による時系列分析”，日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集，pp.139-140(1994).
- [2] 枇々木規雄：“2 段階 DEA を用いた修正クロス効率値による評価法”，慶應義塾大学理工学部管理工学科 テクニカル・レポート，No.93015(1993).
- [3] 末吉俊幸：“DEA / WINDOW 分析法による電気通信事業体の経営効率と規模の経済性の比較，検討”，オペレーションズ・リサーチ，Vol.34 No.7，pp.316-319(1989).
- [4] 刀根薫：“経営効率性の測定と改善－包絡分析法 DEA による－”，日科技連出版社(1993).