1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

電力需要の相関を考慮した確率的電力供給計画モデル

01205890 （財）電力中央研究所 情報研究所 椎名 孝之 SHIINA Takayuki

1 電力供給計画モデル

電力供給計画においては、予測外の事態発生に対しても、安定した電力供給を可能とするために予め想定需要を越えて保有する供給予備力を必要としている。椎名[3][4]では、確率計画法における機会制約条件問題として電力供給計画の定式化を行い、数値実験の結果についても報告した。このモデルは、電力需要を季節毎の近似負荷曲線として与え、時間帯毎の需要変動に対応して、供給力と予備力を併せた設備稼動可能容量を計画するものである。確率分布として、各時間帯の電力需要が独立な正規分布に従うと仮定したが、実際には時間帯毎の需要量には相関がある。そのため、今回は電力需要量の相関を考慮したモデル化を行った。

2 機会制約条件計画問題としての定式化

機会制約条件は次のようになる。設備稼働可能容量 v,w が電力需要 P を上回るという条件を考える。ただし、I,J,K,S,T はそれぞれ、新設設備、既設設備、期、季節、時間帯の集合を表す。

$$\sum_{i\in I} v_{ikst} + \sum_{j\in J} w_{jkst} \geq P_{kst} \quad k\in K, s\in S, t\in T$$

ここで、P_{kst} は確率変数であると定義し、この制約を機会制約条件へと拡張する。P_{kst} の時間帯 t に関する同時確率分布関数を $F_{ks}(P_{kst}, t\in T)$ とする。そして、特定の期 k、季節 s において、電力需要 P_{kst} を上回る設備稼動可能容量を確率 α_{ks} 以上で保持するものとする。

$$F_{ks}(\sum_{i\in I} v_{ikst} + \sum_{j\in J} w_{jkst}, t\in T) \geq \alpha_{ks} \quad k\in K, s\in S$$

3 需要変動確率分布と Gauss 型数値積分

本モデルでは電力需要が正規分布に従うと仮定する。このとき、機会制約条件を満たす解集合は、凸集合となるが、分布関数が陽に表現できないため、椎名[3, 4]では確率分布の近似式を用いている。山内編[5, page 解説6]における Williams- 山内の近似式において $k=0$ とおくと、標準正規分布の確率分布関数 $\Phi(u)$ は以下の式で近似できる。

$$\Phi(u) \approx \tilde{\Phi}(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\exp(\frac{-2u^2}{\pi})}, u\geq 0$$

この近似式の絶対誤差は 3.2×10^{-3} である。電力供給計画モデルの制約式の分布関数を与えると、設備稼働可能容量の需要充足条件は次のようになる。ここで、電力需要 P_{kst} は $t\in T$ に関して独立であるとみなす。すると、期 k、季節 s の確率分布関数 F_{ks} は、各時間帯の周辺分布関数 F_{kst} の積となる。

$$F_{ks}(P_{kst}, t\in T) = \prod_{t\in T} F_{kst}(P_{kst})$$

また p_{kst}, σ_{kst} はそれぞれ、実際の P_{kst} の標本平均と標本標準偏差とする。すると、$\frac{P_{kst}-p_{kst}}{\sigma_{kst}}$ は近似的に平均 0, 分散 1^2 の正規分布に従うので、制約条件は以下のようになる。

$$\prod_{t\in T} \tilde{\Phi}\left(\frac{\sum_{i\in I} y_{ikst} + \sum_{j\in J} z_{jkst} - p_{kst}}{\sigma_{kst}}\right) \geq \alpha_{ks} \quad k\in K, s\in S$$

しかし、このような近似式によると、多変量正規分布の相関を表してはおらず、充足水準に対する正確な稼動可能容量保有という点で問題がある。また、非線形最適化手法として SQP(Sequential Quadratic Programming) を用いた時に、この分布関数の微係数が必要となるが、差分近似で求める場合、桁落ちが生じやすい。そこで、多変量正規分布を直接数値積分によって計算することを考える。

Drezner[2] は重み e^{-x^2} の Gauss 公式によって以下のように積分値を求めている。$x=(x_1,\ldots,x_m)^t \sim \mathcal{N}(o,R)$ の密度関数を各 x_i について $-\infty$ から a_i まで m 重積分し、その値を $\Phi_m(a,R)$ とする。x の平均は o、R は相関行列でその逆行列の (i,j) 成分を r_{ij} とする。

$$\Phi_m(a,R) = \int_{-\infty}^{a_m}\cdots\int_{-\infty}^{a_1} \frac{1}{(2\pi)^{m/2}(\det R)^{1/2}} \exp(-\frac{1}{2}x^t R^{-1} x)dx_1\ldots dx_m$$

ここで、Gauss 公式を適用するが、数値計算上同数の分点に対しては $a\leq o$ の時に誤差が小さいと経験的に言われている。そこで、次の関係式を再帰的に用いる。

$$\begin{aligned}\Phi_m(a,R) &= \Phi_{m-1}(a_1,\ldots,a_{i-1},a_{i+1},\ldots,a_m,R^i_{m-1}) \\ &\quad - \Phi_m(a_1,\ldots,a_{i-1},-a_i,a_{i+1},\ldots,a_m,R^{-i}_m)\end{aligned}$$

これにより、積分項は1 ～ m 重積分を含み、その項数は 2^m となるが、積分区間は全て $-\infty \to -a_i$ となる。R^i_{m-1} は $(x_1,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},x_m)$ の相関行列、R^{-i}_m は $(x_1,\ldots,x_{i-1},-x_i,x_{i+1},x_m)$ の相関行列である。Gauss 公式の適用に際し、$y_i=(a_i-x_i)\sqrt{r_{ii}/2}$ と変数変換をする。このとき、$y_i:\infty\to 0$ であるから、積分は次のようになる。

$$\Phi_4(a,R)$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \{ \frac{1}{(2\pi)^{4/2}(\det R)^{1/2}} \exp(-y^t y)$$

$$\exp(y^t y - \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}(a_i\sqrt{r_{ii}/2} - y_i) r_{ij}/(r_{ii}r_{jj})$$

$$(a_j\sqrt{r_{jj}/2} - y_j)) \prod_{i=1}^{4}(-\frac{1}{\sqrt{r_{ii}/2}})\} dy_1 dy_2 dy_3 dy_4$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{(2\pi)^{4/2}(\det R)^{1/2}} \exp(-y^t y)$$

$$g(y) \prod_{i=1}^{4}(-\frac{1}{\sqrt{r_{ii}/2}}) dy_1 dy_2 dy_3 dy_4$$

$$\approx \frac{1}{(2\pi)^{4/2}(\det R)^{1/2}} \prod_{i=1}^{4}(-\frac{1}{\sqrt{r_{ii}/2}})$$

$$\sum_{i_1=1}^{k}\sum_{i_2=1}^{k}\sum_{i_3=1}^{k}\sum_{i_4=1}^{k} A_{i_1}A_{i_2}A_{i_3}A_{i_4} g(y_1,y_2,y_3,y_4)$$

積分公式は、$[0,\infty]$ 領域における Gauss 公式を領域の直積 $[0,\infty]^4$ へと拡張したものであり、$A_{i_1},\ldots,A_{i_4}$ は $e^{-y^t y}$ より定まる重み係数である。

4 数値実験

次のようなデータを用いて数値積分を行った。1年間の4季節4日間4時間帯各6時間毎、計16の電力需要平均値および分散によって、季節毎の4次元正規分布のパラメータとした。発電設備としては、現在既に存在する既設設備が18設備、導入を計画できる新設設備が7設備あると仮定する。

以上の条件の下で、確率的電力供給計画モデルを DEC alpha STATION で解いた結果を示す。なお、非線形最適化については、ASNOP[1] により作成される逐次二次計画法の FORTRAN プログラムを用い、数値積分法の Drezner[2] のサブルーチンでは、各次元における分点数を2点から10点まで、数値積分値の値の差が、与えたパラメータ 1×10^{-4} に収まるまで分点数を増加させ計算を繰り返す。以下の結果では、確率 0.95,0.99 の時いずれも10点以内の分点数で積分値が収束している。下の表 4.1 では参考のため、相関を無視した場合の結果も示した。

表 4.1 目的関数の最適値の比率

各季の充足確率	0.5	0.7	0.9	0.95	0.99
最適値比率 相関無し	1.0774	1.1326	1.2263	1.2768	1.3704
最適値比率 数値積分	1.0073	1.0625	1.1754	1.2322	1.3499

(機会制約条件を含まない場合の最適値を1とする)

機会制約条件を含まない場合、各時間帯に保有する設備稼動可能容量はその時間帯の電力需要の平均値と等しくなる。すなわち、供給予備力を全く保持しない運転となる。これに対して、各季節の需要充足確率を変化させた時の最適値の比率を示した。何れの場合も、時間帯毎の相関を考慮した方が、最適値の比率が小さくなっている。これは時間帯毎の電力需要の相関が全て正となっているためであると考えられる。これより精密な経済運用には、相関を考慮することが不可欠であることがわかる。実際の供給計画では、充足確率が1に近い値に設定することが必要である。例えば、充足確率 0.99 とは、100 日間の供給計画に対して、供給不足となるのが1日以下となることを示す。このように充足確率値が1に近づくに従い、目的関数の最適値は ∞ に発散する。そこで、充足確率と最適費用の関係を以下の両対数グラフ図 4.3 で表現すると、対数線形に近い関係が得られ、供給の安全性と経済性のトレードオフについて、定量的な見積もりができる。この例からは、充足確率を 0.9 から 0.99 へ上昇させた時、最適値比率が 1.18 から 1.35 へと増加し、最適値自体は $\frac{1.35}{1.18} \approx 1.15$ 倍になることが分かる。

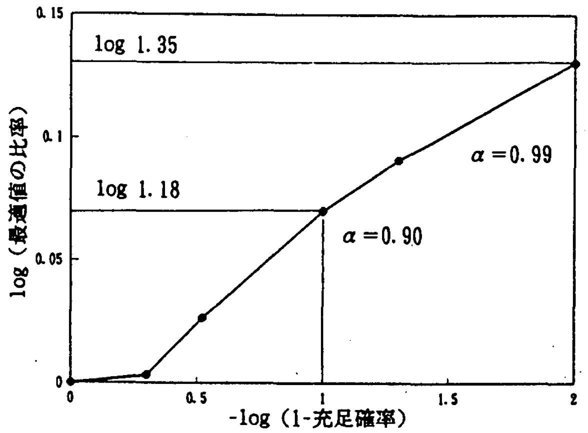

図 4.2 目的関数の最適値の比率

5 おわりに

本稿では、これまで理論的には研究されてきたが、実際問題への適用が必ずしも容易でなかった確率計画モデルが、計算機の高速化と数値計算法の工夫によって、実用可能であることを示した。特に、変数間に相関がある場合、機会制約条件問題には、従来はモンテカルロ・シミュレーションなどを用いるしか方法がなかったが、解析的にもとり扱えることを示した。また、この機会制約条件問題は、電力需要以外にも確率的要素を含んだモデルへの応用が見込まれるであろう。

参考文献

[1] ASNOP 研究会編, 非線形最適化プログラミング, 日刊工業新聞社,1991.

[2] Z.Drezner, Computation of the Multivaliate Normal Integral, *ACM Transactions on Mathematical Software*,Vol.18,No.4,470-480,1992.

[3] 椎名孝之, 確率的電気事業計画モデル, 1995 年度日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 188-189,1995.

[4] 椎名孝之, 電力供給計画の確率的モデル化, (財) 電力中央研究所情報研究所研究報告 R94013,1995.

[5] 山内二郎編, 統計数値表, 日本規格協会,1972.