

Sample Average Approximation 法による確率制約条件付き の手術スケジュール最適化

東京工業大学 *竹村 航 TAKEMURA Koh
東京工業大学 陳 曉薇 CHEN Xiaowei
01704970 東京工業大学 山下 真 YAMASHITA Makoto

1. はじめに

病院において手術室は収入源の一つであると同時に最もコストがかかる場所でもあるため、効率的に手術室を活用するためにスケジューリング管理は重要である [1]. 単に手術室のスケジュールといっても労働環境, 手術室の機材の関係, 執刀医の能力など様々な制約があり, 効率的にスケジュールするのは当日のものさえ容易ではない [2].

手術室のスケジューリングを最適化問題に定式化する場合に, 手術時間を定数として扱い混合整数計画問題として定式化する場合が, 同じ手術であっても状況によって手術時間は変動する可能性があり, 最適化問題を定式化するうえで軽視できない.

本研究では, 手術時間を確率変数として捉え, 確率制約条件つき最適問題として定式化し, ランダムフォレストと Sample Average Approximation 法 [3] を用いた数値解法を提案する. また, 手術データから学習したランダムフォレストを用いて手術に要する時間を推定し, 提案手法の有効性を検証する.

2. 数理モデル

本研究では, はじめに手術室のスケジューリング問題を決定的なモデルで定式化して, それから確率的なモデルに定式化を行う. その後, 数値計算をするために Sample Average Approximation 法によって確率モデルから決定的なモデルに変換する. スケジュールモデルの目的は手術の割り当てが手術室の収容能力に違反することなく, 手術手術の時間外労働を最小化することである.

紙面上の関係でモデルの詳細を記述することができないが, ここでは Sample Average Approximation 法を導入する際に重要になる制約条件を取り上げる. 本研究では, 手術時間を 15 分を 1 単位として捉え, 時間を表す定数としてタイムスロット T を導入している. よって, 始業時間を 8 時, 終業時間

を 17 時となっていることから, タイムスロットで表すと 32 と 68 になる. 決定変数として, x_{otdrs} は, 手術 o が手術可能な手術室 r で執刀医 s によって d 日にタイムスロット t で手術を開始したら 1 で, そうでなければ 0 となるバイナリ変数と y_{otdrs} は手術 o が手術可能な手術室 r で執刀医 s によって d 日にタイムスロット t で手術をしているなら 1, そうでなければ 0 となるバイナリ変数とする. また, T_o^+, T_o^- は o の労働時間の開始と終了に関する違反量を表す実数変数とする.

始業時間 8 時と終業時間 17 時に関する制約式は補助変数 T_o^+, T_o^- によって式 (1), 式 (2) によって表現される.

$$\sum_{t,d,r,s} (32 - t) \cdot x_{otdrs} \leq T_o^- \quad \forall o \in O \quad (1)$$

$$\sum_{t,d,r,s} (t + T_o - 68) \cdot x_{otdrs} \leq T_o^+ \quad \forall o \in O \quad (2)$$

同時刻に同じ部屋に手術の重複を許さない制約は式 (3) で表現される.

$$\sum_{o \in O} y_{otdrs} \leq 1 \quad \forall r, t, d, s \quad (3)$$

3. Sample Average Approximation 法による解法

確率制約は制約式が成り立つ確率を一定以上に保つ制約で, 充足水準を $\alpha \in [0, 1]$, ξ_o を $o \in O$ の手術時間を表す確率変数として式 (3) を定式化すると, 式 (4) のように表現できる.

$$\Pr \left(\sum_{o \in O} y_{otdrs} (\xi_o) \leq 1 \right) \geq \alpha \quad \forall r, t, d, s \quad (4)$$

これを数値計算する際は非常に計算が困難であるので, Sample Average Approximation 法によって確率モデルから決定的なモデルに変換する. また,

表 1: 数値実験結果

Month	手術件数	室数	計算時間 (ms)	Gap(min)	使用率 (%)
Jan	117	14	62088	1266	2.5
Mar	115	14	62069	1982	2.1
Jul	95	14	43851	527	1.0
Dec	121	14	73962	1667	6.4

各実現値 ξ^l は確率 $p_l = \frac{1}{L}$ とする. ここでの L はサンプル数である. 以下の決定変数を導入する.

$$\eta_{otdrs}^l = \begin{cases} 1 & \text{If } \sum_{o \in O} y_{otdrs} > 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

式 (5) を用いて式 (4) を決定的なモデルに変換する.

$$\sum_{o \in O} y_{otdrs}^l \leq 1 + M \cdot \eta_{otdrs}^l \quad l = 1 \dots L \quad (6)$$

$$\frac{\sum_{l \in L} \eta_{otdrs}^l}{L} \leq 1 - \alpha \quad (7)$$

ここでの M は十分大きい数である.

式 (6),(7) は式 (3) を違反しているのは $1 - \alpha$ 以下であることを表している. また, 本研究では, $\alpha = 0.95$ とした.

4. 数値実験

ある病院のデータを用いて数値実験を行った. Sample Average Approximation 法を用いるために手術時間を異なる 20 個のランダムフォレストで推定した. 2013 年から 2020 年 3 月のデータから 2019 年のデータを除いたデータを学習データとしてランダムフォレストを学習させた. テストデータとして 2019 年データで推定精度を検証した. 表 2 が 20 個の学習器の評価の平均の結果である.

表 2: 20 個の学習器の平均

評価指標	学習データ	テストデータ
MAE(min)	21.435	27.481
R2 score	0.918	0.867

20 個の学習器の推測値を用いて, OptaPlanner[4] で 5 日間のスケジュールモデルを求解した. スケジュールの評価するのに, 実際の病院のデータとの比較を行ったのが表 1 である. 表 1 の Gap は実際のデータとの残業時間の差であり, 正の値であれば

残業が削減したことを表す. また, 使用率は実際のデータとの労働時間内の手術室の使用率の差であり, 正の値であれば使用率が向上したことを表している. 表 1 の通り残業時間の削減と使用率の向上が見られ, また, どのスケジュールも計算時間は 1 分程度であった.

ただし, 今回の実験では, 執刀医の予定の考慮や手術看護師や麻酔科医の割り当てを対象にしていない. これらを考慮したスケジュールを解くのは探索範囲が増大するために計算時間が増える. 今後は, これらのトレードオフを考慮したスケジューリングが必要となる.

謝辞

今回の研究する上で, アクィラシステムズ株式会社のラデスク・ジョージ氏からは病院のデータを提供していただきました. ありがとうございます.

参考文献

- [1] A. Macario, S. T. Vitez, B. Dunn and T. McDonald. Where Are the Costs in Perioperative Care?: Analysis of Hospital Costs and Charges for Inpatient Surgical Care, Anesthesiology, Vol.83, No.6 (1995).
- [2] N. Meskens, D. Duvivier, and A. Hanset. Multi-objective operating room scheduling considering desiderata of the surgical team, Decision Support Systems, Vol.55, No.2, (2013).
- [3] A. J. Kleywegt, A. Shapiro, and T. H. Mello. The sample average approximation method for stochastic discrete optimization, SIAM Journal on Optimization, Vol.12, No.2, (2002).
- [4] Red Hat, Inc. OptaPlanner, <https://www.optaplanner.org/>, (2022/12/21 閲覧).