日本オペレーションズ・リサーチ学会
2023 年春季研究発表会

生徒個別最適な問題セットの編成

05001388 Classi 株式会社 *石井康貴 ISHII Yasutaka
05001379 Classi 株式会社 廣田正之 HIROTA Masayuki
01012660 東京理科大学 池辺淑子 IKEBE Yoshiko
02203940 筑波大学 鮏川矩義 SUKEGAWA Noriyoshi
05001296 東京理科大学 西田優樹 NISHIDA Yuki

1. はじめに

近年, 生徒一人一人の特性や学習進度等に応じた個別最適な学びが求められている [1]. 生徒ごとに最適な学習を提供する研究も盛んに行われている [2, 3]. しかし, 実際の学校現場では, 教員は一人で数十人以上の生徒を担当しており, 各々の生徒への個別指導が困難である.

Classi 株式会社では, 学校現場に適応する個別最適な学びの実現を目指している. 同社が提供する高等学校向け教育プラットフォーム Classi には, Web テスト機能がある. 教員は, この機能に搭載された Classi 制作のテストから所望のテストを選び, 生徒に配信できる. 特に, 各単元ごとに「基礎」「標準」「応用」の 3 段階の難易度を設定したテストは, 学力を測るためのテストとしてではなく, 授業や宿題等の演習問題として多く利用されている. しかし, これらは 3 段階の学力層に応じた学習に留まり, 生徒ごとの個別最適には至っていない.

本研究では, 3 段階の難易度のテストの発展として, 生徒ごとの学力に応じた個別最適な問題セットを編成する.

2. 問題設定と定式化

与えられた設問数で, どの難易度の問題をどの順序で出題するかを考慮し, 問題セットを編成する. 例えば, 学力が高い生徒を想定し, 前半は対象生徒の学力相応の問題を, 後半は難しい問題を出題する場合, また, 学力があまり高くない生徒を想定し, 前半は対象生徒の学力より易しい問題を, 後半は学力相応の問題を出題する場合等, 設問と難易度の関係（以降, 理想の難易度分布という）については, さまざまな場合が考えられる. この理想の難易度分布と選ぶ問題の難易度の差を最小化する整数計画問題を解くことで問題セットを編成する.

与えられた問題集合を I とし, 編成する問題セットの設問番号の集合を J とする. 変数 x_{ij} を, 問題 i を問題セットの設問 j に採用するなら 1, 非採用なら 0 となる 2 値変数とする $(i \in I, j \in J, |I| \geq |J|)$. 理想の難易度分布 $f(j)\,(j \in J)$, 問題 i の難易度 d_i を用いて, 制約: $|f(j) - d_i|x_{ij} \leq \delta\,(\forall i \in I, \forall j \in J)$ を満たす δ の最小化を目的関数とする. また, その他の制約として, ある設問に 1 つの問題を割り当てる制約：$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1\,(\forall j \in J)$, ある問題はたかだか 1 つの設問にしか割り当てられない制約：$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq 1\,(\forall i \in I)$ がある. 以上のことを整理すると, 解くべき整数計画問題は次のようになる:

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & \delta \\
\text{s.t.} \quad & |f(j) - d_i|x_{ij} \leq \delta\,(\forall i \in I, \forall j \in J) \\
& \sum_{i \in I} x_{ij} = 1\,(\forall j \in J) \\
& \sum_{j \in J} x_{ij} \leq 1\,(\forall i \in I) \\
& x_{ij} \in \{0, 1\}\,(\forall i \in I, \forall j \in J)\,.
\end{aligned}
$$

3. 提案解法

実用化のためには, ある単元に含まれる問題数 $|I| = 1853, |J| = 10$ の設定で, 0.7 秒以内に解を求める必要がある. しかし, 前節の定式化を汎用ソルバー CBC で解くと, 約 26 秒を要し, さらに問題数や設問数が多い場合には解を求めることができなかった（表 1）. そのため, マッチングのアルゴリズムに基づく高速な解法を提案する.

提案解法では, 全設問への割り当てが存在するような難易度のずれの許容値 δ について, その最小値を二分探索で求めることを考える. 与えられた δ に対し, 全設問への割り当てが存在するか否かを判定するには, まず, 与えられた δ で 2 部グラフを構成する. 次に, 最大マッチングを求め, そのサイズが設問数と一致していれば, 全設問への割り当てが存在することになり, そうでなければ所望の割り当ては存在しないことになる. δ が最小

のときの全設問への割り当ては, 上で求めた最大マッチングの結果から求めることができる.

提案解法を用いて, 設問数を 10 問で固定し問題数を変動させるパターンと, 問題数を 1853 問で固定し設問数を変動させるパターンの 2 つの実験を行った. 実験環境は, 「OS：macOS Catalina 10.15.7, CPU：Intel Core i7 / メモリ：16 GB」である. 結果は, 表 1 のとおりである. 提案解法では, 想定する問題数・設問数に対して 0.7 秒未満で求めることができ, さらに想定以上の問題数・設問数でも解を求めることができた.

表 1: 実験結果

問題数	設問数	CBC(秒)	提案解法 (秒)
337	10	1.490	0.119
1853	10	26.783	0.172
1853	50	-	0.752
13898	10	-	0.434

4. 検証と評価

前節の提案解法で編成した問題セットを用いて学習した際の学習効果を計測し, 評価したい. 今回は, 高校生を対象とした検証の前に, 大学生 2 名に試験的な検証を行った.

4.1. 事前準備

まず, 問題セット編成時に用いる問題 i の難易度 d_i には, 「数学 A-場合の数」に含まれる 214 問の問題と Classi に蓄積された約 1 万人の生徒の解答データから, IRT の 2PL モデル（1）に基づき推定した難易度 b_i を用いた. ここで, θ は生徒の能力値, a_i は問題 i の識別度である.

$$P_i(\theta) = \frac{1}{1 + \exp\left(-1.7a_i(\theta - b_i)\right)} \tag{1}$$

次に, 理想とする難易度分布 $f(j)$ には, (2) を用いた. ここで, d_{stu} は対象生徒が 50%の確率で正答できる難易度であり, 対象生徒の検証中の解答データから（1）に基づき推定した [-2,2] の範囲の連続値である. この分布では, 被験者の d_{stu} に対して, 「易しい」→「d_{stu} 付近」→「難しい」の順に出題され, 特に d_{stu} 付近の問題は多く出題される.

$$f(j) = \left(\frac{2}{|J| - 1}j - 1\right)^3 + \frac{d_{stu} + 1}{2} \tag{2}$$

4.2. 検証と評価

大学生 2 名が事前テスト:30 分 (10 問), 問題セットでの学習:90 分 (30 問), 事後テスト:30 分 (10 問) に取り組み, 事前・事後テストの結果の差から学習効果を測る. 学習効果は, 事前・事後テストの解答結果をもとに, （1）に基づき推定した, 被験者が 50%の確率で正答できる難易度の増減でみる.

検証の結果, 1 人目は 1.87 → 0.72, 2 人目は −0.33 → 1.02 と増減した. 1 人目の減少理由は, 2 つ考えられる. まず, 学習効果を正しく測定できていない可能性である. 学習効果の測定に十分な問題数ではない点, 事前・事後テストが等質のテストではない点が考えられる. これらは, 問題数を増やし, 問題文中の数値のみを替えたテストを用いることで, 解決可能である. 次に, 実際に学習効果がなかった可能性である. 90 分の学習では, 学習時間が不足していると考えられる. これは, 学習時間を延ばせば解決するが, 高校生を想定すると難しい. 日々, 学校のカリキュラムに従った学習や塾やその他の環境での学習をする生徒に, 一定期間, 本問題セットのみで学習してもらうことは現実的に困難である. このとおり, 高校生を対象とした検証に向けては, 課題を残す結果となった.

5. おわりに

本研究では, 各生徒の学力に応じた個別最適な問題セットの編成を検討し, 定式化とその解法を提案した. また, 大学生に対し試験的な検証を行い, 高校生向けの検証の課題を明らかにした. 今後の展望として, 生徒の学力に対し、どの難易度分布であれば効果的学習につながるかを明らかにする.

参考文献

[1] 文部科学省.「個別最適な学び」と「協働的な学び」の一体的な充実. https://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/senseiouen/mext_01317.html

[2] 大門耕平, 影山皓汰, 坂井武司: 中学校数学科教育におけるアダプティブ・ラーニング学習の実践と効果の検証. 京都女子大学教職支援センター研究紀要 第 4 号, pp.47-55.

[3] 稲垣 忠, 大森裕二, 志野奈美子, 阿波弘真, 村上壮, 菊地尚樹: 学校および家庭における適応学習の実践と評価. 日本教育工学会論文誌 42(4), pp.345-354.