

Generalized Recovery Theorem を用いた投資家不安投資手法<sup>1</sup>

株式会社ゆうちょ銀行 \*鈴木 康平 SUZUKI Kohei  
01306900 株式会社ゆうちょ銀行 高元 政典 TAKAMOTO Masanori  
株式会社ゆうちょ銀行 牧山 健太郎 MAKIYAMA Kentaro

## 1 はじめに

市場に影響を与える投資家の期待不安を定量化する先行研究が存在する。例えば[1]では、オプション理論でのリスク中立測度による原資産価格分布（以下、リスク中立分布）の変化から、投資家のリスク選好を反映した実測度分布の変化を間接的に推定する方法を提案した。

一方リスク中立分布から、投資家のリスク選好を反映した実測度分布を導出するRecoveryTheorem[2]が近年注目されている（以下、RT）。例えば[3]では、RTのマルコフ性の仮定を解消するため一般化したGeneralizedRecoveryTheorem（以下、GRT）により、実測度による原資産の収益率分布を実務的に推定する方法を提案した。また推定した分布が、投資家のリスク選好に基づくフォワードロッキングな市場への見通しを表し、実現値に対する検定結果から、一定の予測力がある可能性を報告した。さらに[4]では価格への選好度を表す限界代替率（以下PK）の増減から投資家期待の動向をモニタリングする手法を提案し、日経225オプション、長期国債先物オプション価格にGRTを適用し、株式債券市場の投資家のリスク選好を可視化した。

そこで本報告では、前半で[4]の投資家不安のモニタリング手法の説明およびその有効性確認のため2020年2～3月コロナショック時、2015年8月～2016年6月チャイナショックーマイナス金利導入時の投資家リスク選好の可視化をする。後半では[4]の提案手法の汎用性確認のため、提案手法で可視化した投資家のリスク選好にもとづく投資手法を提案しその有効性を示す。

## 2 計算方法と使用データ

## 2.1 計算方法

GRT において投資家の期待価格の分布（実測度分布）は、状態価格（下記(1)式）を PK の逆数で重み付けしたものである（下記(3)式）。また PK は、現時点を基準にした投資家の各価格状態に対する評価の変動率である。従って価格上昇状態の PK が高い場合、価格上昇の不確実度が高いと考えられることから、投資家不安が増加していると考えられる。PK は、状態価格と PK の逆数の積の和が主観的割引係数に一致するという関係式により計算される（下記(2)式）。以上より実測度分布の計算フローは次のようになる。

1. T期先に原資産価格 K となる状態価格  $R_{T,K}$  の算出

$C(K, T)$  : 日経 225 コールオプション価格  
(行使価格 K、満期 T のコール価格)

$$R_{T,K} = \frac{C(K+h,T) - 2C(K,T) + C(K-h,T)}{h^2} \quad (1)$$

2. 状態価格と PK の逆数の積の和が主観的割引係数  $\delta$  に一致するという関係式により PK を計算

$$\begin{bmatrix} R_{T_0,1} & \cdots & R_{T_0,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{T_i,1} & \cdots & R_{T_i,K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PK_1^{-1} \\ \vdots \\ PK_K^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{12}^{T_0} \\ \vdots \\ \delta_{12}^{T_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで  $PK_k^{-1} = (1 + x_k)^T$ 、( $x_k$  は現状態の原資産価格からの状態  $k$  へのリターン) と仮定して計算。

3. 実測度分布  $P_{T,K}$  を計算。

$$P_{T,K} = R_{T,K} \delta^{-T/12} PK_K^{-1} \quad (3)$$

4. 図 1 のように満期を 0～1 とする場合、(2)の解は正負で二つ存在する。これは価格上昇と下落を考える投資家が各々存在することを表すと考えられる。(3)式の分布の期待値が日次原資産収益率に近い方がより代表的投資家心理を反映していると考え採用する。

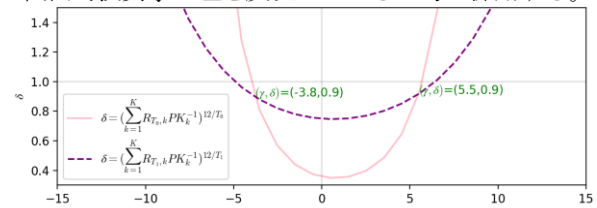


図1 限界代替率、主観的割引係数の解

## 2.2 使用データ

データについては、2015/1～2022/8 の比較的流動性の高いアウトオブザマネーの日経 225、長期国債先物のコール、プットオプション価格の月末日データを取得した<sup>2</sup>。なおプットオプション価格はプットコールパリティによりコールオプション価格に変換して使用した。各日のオプション行使価格が入るように価格幅をとり、状態数は 31、満期は流動性を考慮し、2 か月以内とした。

## 3 有効性の確認

原資産の月次リターン(図 2)をみると期間 B では株式債券は低下、期間 A では株式はチャイナショック時に低下、債券はマイナス金利導入時に上昇。以下で月次リターンに PK が整合的な動きをしているかを確認する。

<sup>1</sup> 本稿で示された内容は、株式会社ゆうちょ銀行としての見解をいかなる意味でも表さない。

<sup>2</sup> 出典：日本取引所グループ

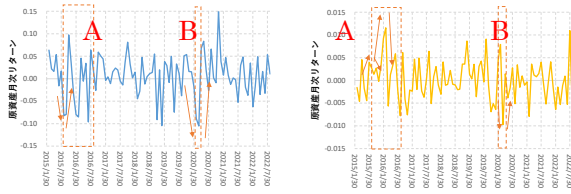


図2 日経平均株価、長期国債先物の月次リターン

3. 1 PKが示す投資家の価格への選好度の変化
2. 1で述べたように、PKが投資家のリスク選好を反映した株価水準に対する期待を数値化したものと解釈した。つまり現時点より高株価状態のPKが大きければ、価格上昇の不確実性が高く株価下落を示す低価格帯の確率増加となる。図3にPKの時系列推移を示す。

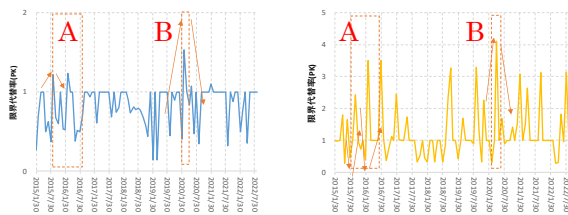


図3 日経平均株価、長期国債先物の限界代替率

価格上昇状態をみると、期間Bで株式債券共に増加、期間Aは株式の変化は小さく債券はチャイナショック時、マイナス金利導入時に低下。期間Bでは株式債券で価格上昇の不確実性増加の一方、期間Aでは債券の価格上昇の不確実性に比べ株式の価格上昇の不確実性は小さかったと考えられる。

3. 2 標準偏差、VIXとの比較
- 定性的に分布推計の異常を確認するため、標準偏差と日経平均VI、日本国債VIXと比較した(図5)。

概ね標準偏差の推移はVIXと連動しており、分布推計の異常は見られない。なお期間Aの株式の標準偏差は上昇しているが、図4をみると価格帯毎の不確実性を表すPKの変化は小さい。

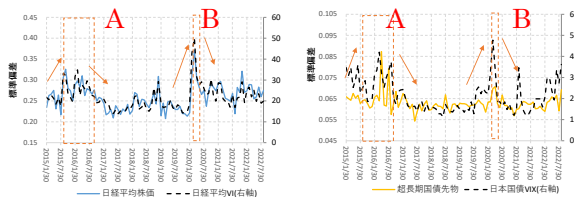


図4 日経平均株価、長期国債先物の標準偏差

#### 4 投資家不安をもとにした投資手法

高価格帯のPKが1より小さい場合、投資家が評価する場合の価格上昇の不確実性は小さいと考えられる。一方標準偏差の上昇には価格上昇期待による場合と価格下落不安による場合があると考えられる。従って投資家不安が小さくかつ価格上昇期待が大きくなったタイミングをPKと標準偏差で観測し投資することを検討する。図5は2020年1月～2021年12月の日経平均株価

と長期国債先物に対し、横軸に標準偏差、縦軸に高価格帯のPKを、日次でプロットした散布図である。青点赤点は各々、観測後1か月間にリターンが上昇、下落したデータを表している。リターン上昇データは少なくとも、高価格帯のPKが1未満かつ標準偏差が大きい部分(ここでは標準偏差は株式:約27.5%以上、債券:約7%以上の点線部分)には高集中度に分布している。

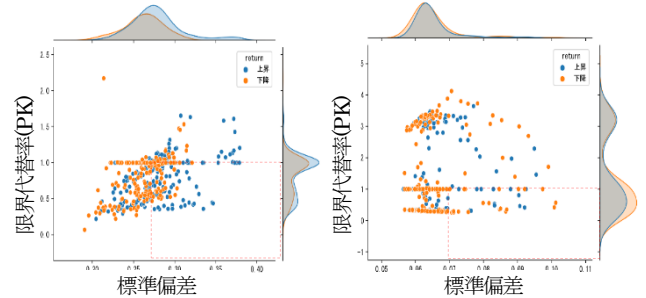


図5左:日経平均株価、右:長期国債先物

20年1月～21年12月日次データ

(1か月リターン上昇、下降毎に表示)

横軸:標準偏差、縦軸:高価格帯の限界代替率(PK)

この条件をみたま PK、標準偏差が観測された場合に22年1月～8月末まで1万円投資した場合のバックテストは表1の通り。月中月末に2万円定期購入した場合(ドルコスト平均法)に比べリターンは大きい。

	投資額	評価損益	損益率
日経平均株価(提案手法)	310000円	12926円	4.2%
長期国債先物(提案手法)	70000円	291円	0.4%
合計(提案手法)	460000円	13217円	3.5%
日経平均株価(ドルコスト)	320000円	10515円	3.3%
長期国債先物(ドルコスト)	320000円	-508円	-0.2%
合計(ドルコスト)	640000円	10006円	1.6%

表1 投資手法の評価損益

#### 5 おわりに

本稿で提案するモニタリング手法は、GRTにより推計するPKに、投資家が想定する将来価格の不確実性という解釈を付与し、投資家不安を把握するものである。この手法の有効性確認のため、投資家の期待価格分布を可視化しコロナショック時、マイナス金利導入時の影響を分析した。さらに提案手法を用いた投資手法についても提案した。バックテストの結果、ドルコスト平均法に比べ提案手法のリターンは大きかった。従って本提案手法により投資家不安が小さくかつ価格上昇期待が大きくなったタイミングで投資できると期待される。

#### 参考文献

- [1]白塚、中村「金融市場における期待形成の変化」  
 [2]S.Ross「The recovery theorem」  
 [3]伊藤、霧生、枇々木「Generalized Recovery Theoremを用いた収益率分布の推定」  
 [4]鈴木、高元、牧山「Generalized Recovery Theoremを用いた投資家不安モニタリング手法」