

パンデミック債の価格評価モデル

05001645 慶應義塾大学大学院
01013672 慶應義塾大学

*四ノ宮裕貴 SHINOMIYA Yuki
今井潤一 IMAI Junichi

1. はじめに

21 世紀に入ってから複数のパンデミックやエンデミックが発生している。パンデミックがもたらす被害は甚大であるため、パンデミックリスクに対するマネジメントが求められている。金融市場を利用したヘッジとして、世界銀行のパンデミック債(世銀債)が存在する。今後、パンデミック債やパンデミックリスクを対象とした新たな金融商品の市場が拡大していくと考えられ、それに伴い適正価格を評価する枠組みが重要になってくる。パンデミック債に関する先行研究では、世銀債の価格については評価されていない。そこで本研究では、パンデミック債の理論価格を導出した後、実際の価格との比較を可能にするために、世銀債の理論価格を具体的に計算する。本研究の貢献は以下の2点である。1つ目は、パンデミックリスクの新たなモデルの提案である。不確実性を持つ感染率の導入によって、流行の不確実性をモデル化することができる。また、渡航者とその変化をモデルに組み込むことで、他国への感染拡大とそれが抑制される様子を表現できる。2つ目は、パンデミックリスクの市場価格を初めて推定している点である。推定されるリスクの市場価格の値は、パンデミックリスク関連証券のプライシングにおいて1つのベンチマークとなりうる。

2. パンデミックの発生モデル

感染症の発生からパンデミックに至るまでの時間差を考慮して、パンデミックの発生を感染症の発生とその後の流行の2段階に分けて定式化する。

2.1. 感染症の発生モデル

時刻 t までに発生する感染症の数 N_t は強度 λ のポアソン過程に従うと仮定する。したがって、感染症の発生時刻は、式 (1) の指数分布に従う。

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (1)$$

また、感染力 R_0 を対数正規分布に従う乱数としてモデル化する。それぞれの感染力 R_0^1, R_0^2, \dots は独立であり、 N_t とも独立であるとする。

2.2. 感染症の流行モデル

感染症の流行モデルは、従来から疫学分野で広く用いられている標準 SEIR モデルの派生版である。変更点は以下の3点に集約される。

1. 確定症例数と死者数を明示的に観測するために状態変数を細分化する。状態変化の流れは図1で表される。

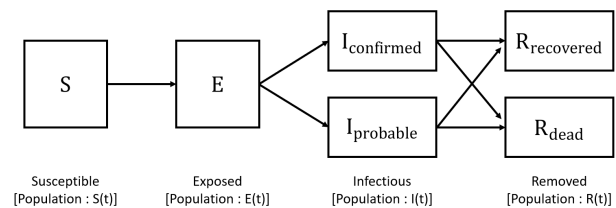


図1: 状態変数を細分化した SEIR モデル

2. 標準 SEIR モデルでは、パラメータが定数であり状態変数は決定論的な振る舞いをする。しかし現実として感染者の推移は不確実性を伴い、感染拡大を決定論的に扱うことには限界がある。したがって不確実性を導入し、感染率を式 (2) に従う幾何ブラウン運動としてモデル化する。

$$d\beta_t = \mu\beta_t dt + \sigma\beta_t dW_t. \quad (2)$$

3. 多国間の感染拡大をモデル化するために渡航者を導入する。Ding et al.[3] の Flight-SEIR モデルを基礎として、さらに渡航者の変化をモデル化する。Aebli et al.[1] は、海外旅行において確定症例数の増加が旅行意欲を減退させる決定的な要因であることを示している。これを踏まえて、直近 30 日間の新規確定症例数を用いて渡航者数をモデル化する。

3. パンデミック債のプライシングモデル

以下の条件に従うパンデミック債を考える。

- 時点 0 に発行され、時点 T で満期を迎える。
- トリガーが発動される度に元本が減額される。
- 時点 0 から満期 T まで連続的にクーポンが支払われるが、元本が 0 になると満期前であってもクーポンの支払いが終了する。

- 満期 T に元本残高が償還される。

上記のパンデミック債の価格式を導出するにあたり、確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) と増大するフィルトレーション $\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$, $t \in [0, T]$ を設定する。非完備市場における条件付き請求権の価格は、市場によって選択されるリスク調整済み確率 Q 下での割引ペイオフの期待値として求められる。連続な元本過程 X_t とクーポン過程 C_t , ディスカウントファクター $D(s, t)$, 元本が 0 になる閾値時刻 $\tau = \inf \{t : X_t \leq 0\}$ を定義すると、パンデミック債の時点 t における価格 B_t は、

$$B_t = \mathbf{E}^Q \left[D(t, T)X_T + \int_t^{\tau^*} D(t, s)C_s ds \middle| \mathcal{F}_t \right]. \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{E}^Q はリスク調整済み確率 Q 下での期待値を、 τ^* は $\tau^* = \min(\tau, T)$ を表す。本研究では、式 (4) の Wang 変換 (Wang[6]) を用いて、実確率からリスク調整済み確率への変換を行う。

$$F^Q(x) = \Phi[\Phi^{-1}(F^P(x)) + \theta]. \quad (4)$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の累積分布関数、 θ はリスクの市場価格である。リスク調整済み確率とリスクの市場価格の間には一対一の対応関係があるので、式 (4) である特定の値 θ を決定すると 1 つのリスク調整済み確率 Q が決まることになる。

4. パンデミック債の価格と考察

式 (3) を用いて、世銀債のトランシェ A の価格を計算する。感染症の流行モデルに解析解が存在しないため、数値計算によって価格を求める。数値計算では、20000 回のモンテカルロシミュレーションを行う。図 2 は θ に対するトランシェ A の価格変化と、価格が発行価格 100 に等しくなるような θ の値を示している。これより、債券が発行価格で売られるようなリスクの市場価格は $\theta = 0.58$ であることが分かる。この値を 2 つの債券と比較する。1 つ目は 2003 年にスイス再保険によって発行された死亡率関連債であり、リスクの市場価格は Lin and Cox[4] で 1.3603, Cox et al.[2] で 0.83 と推定されている。2 つ目は 2006 年に CAT-Mex Ltd. によって発行されたメキシコ地震に関する CAT ボンドであり、リスクの市場価格は、Tang and Yuan[5] によって 0.73 と推定されている。2 つと比較した結果、パンデミックリスクの市場価格は従来の Catastrophe リスクより小さかったと結論付けられる。これには、発売時の 2017 年時点においてパンデミック

リスクが過小評価されていたことが関係している。COVID-19 発生以前は、パンデミックリスクは稀なリスクであり、それを前提に市場を形成するほどの重要性はないと考えられていた。

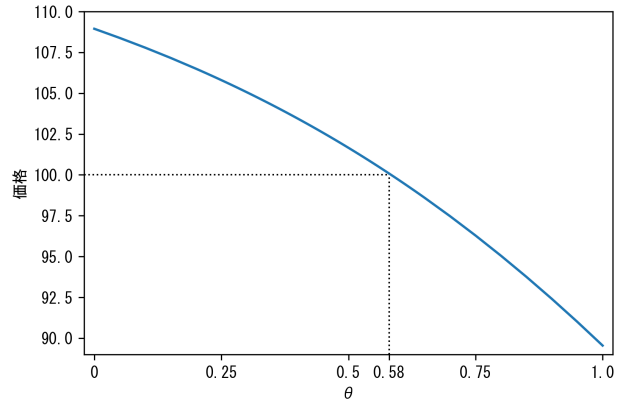


図 2: リスクの市場価格 θ のキャリブレーション

謝辞

本研究は JSPS 科研費 YYH1C06 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] Aebli, A., Michael V., and Ross T.(2022), “A two-dimensional approach to travel motivation in the context of the COVID-19 pandemic”, Current Issues in Tourism.
- [2] Cox, S., Lin, Y., and Wang, S.(2006), “Multivariate exponential tilting and pricing implications for mortality securitization”, Journal of Risk and Insurance.
- [3] Ding, X., Shenyang H., Abby L., and Reihaneh R.(2021), “Incorporating dynamic flight network in SEIR to model mobility between populations”, Applied Network Science.
- [4] Lin, Y. and Cox, S.(2008), “Securitization of catastrophe mortality risks”, Insurance: Mathematics and Economics.
- [5] Tang, Q. and Z. Yuan(2019), “CAT bond pricing under a product probability measure with POT risk characterization”, ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA.
- [6] Wang, S.(2002), “A universal framework for pricing financial and insurance risks”, ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA.