

代替関係において互いに対称なグループからなる クールノー寡占市場における全体提携の δ -安定性

(非会員) 慶應義塾大学大学院 *斎藤功大朗 SAITO Kotaro
01605850 慶應義塾大学 松林伸生 MATSUBAYASHI Nobuo

1. はじめに

クールノー寡占市場における提携は, Salant et al. [1] 以来, 非協力・協力ゲーム理論の双方のアプローチでさかんに研究されている. [1] は, 対称な企業による市場モデルについて, 3つ以上の企業が存在することで2企業間の提携が利益的とならないことを示した. この結果は, 様々な後続研究の結果とともに, 次のことを示唆しているともいえる: 提携の安定のためには, 市場の代替構造¹は限られた対称性しかもってはずらず, さらにその非対称性は強くなければならない. しかし, ほとんどの研究では, 解析の簡単のため, どの企業間の代替性も同じ (あるいは全企業を同質) としており, すなわち代替構造に非対称性がない市場モデルだけを扱っている. その中で Takeda et al. [2] は, 代替構造に非対称性がある3つの具体的な市場モデルを取り上げ, 協力ゲーム理論のアプローチで全体提携の安定性を調べた. 主結果として, 対称な3企業が存在しないある市場モデル (linear-wise market) を考え, そのモデルでは企業数によらず全体提携が δ -安定 (2.2を参照) となる場合が存在するということを解析的に示した. 同時に [2] は, 他の2つの市場モデルの観察によって次のことも示した: 対称な3つ以上の企業が存在する市場, あるいは, 互いに対称な3つ以上のグループからなる市場では, 全体提携は δ -安定とならない. ただし, そこで観察された2つの市場モデルはともに, 異なる2企業の代替性の値が市場を通して2通りしかない, 比較的単純なものだった.

本研究では, 互いに対称な複数のグループからなる市場モデルで, グループ内の代替構造が企業数を含めて定まっていないものの2パターンを取り上げる. それらは, 上記の3つを含め色々の具体的な市場モデルをひとまとめに扱うものである.

¹本稿において代替構造とは, 企業間ネットワークで各辺にその両端企業の代替性の値が与えられているものの「形」のことである.

その2パターンに対して, 全体提携の δ -安定性を調べる.

2. モデル

2.1. 市場

市場に存在する企業の全体を $N = \{1, 2, \dots, n\}$ とする. 各企業は, 他の企業の製品と互いに代替関係にある1製品のみを生産する. 生産コストは考えない. どの2企業 (の製品) の代替性も0から1までのある実数値をとり, 値が0ならまったく異質, 値が1ならまったく同質である. 企業 i と企業 j の代替性を第 (i, j) 成分にもつ n 次正方行列を代替行列と呼ぶ. この行列は, すべての対角成分が1の対称行列となる. 以後, 代替行列を A で表し, 行列 A は狭義対角支配であると仮定する². 企業 i の製品の価格, 生産量をそれぞれ p_i, q_i で表し, $\mathbf{p} = {}^t(p_1, p_2, \dots, p_n)$, $\mathbf{q} = {}^t(q_1, q_2, \dots, q_n)$, $\mathbf{1} = {}^t(1, 1, \dots, 1)$ とおくと, 逆需要関数は $\mathbf{p} = \mathbf{1} - A\mathbf{q}$ となる.

2.2. 全体提携の δ -安定性

まず全体提携 N が与えられているとする. この状態から, いま提携 $S (S \subset N)$ が分離独立したとする. このとき, 市場の残り $N \setminus S$ のメンバーは, それぞれ単独で行動するようになるのではなく, 互いに協力し続ける. したがって, 提携 S がその合計利潤 $\sum_{i \in S} q_i p_i$ を最大化すべくそのメンバーの生産量 $(q_i)_{i \in S}$ を決める一方で, 提携 $N \setminus S$ もその合計利潤 $\sum_{i \in N \setminus S} q_i p_i$ を最大化すべくそのメンバーの生産量 $(q_i)_{i \in N \setminus S}$ を決める. これらの決定は同時決定である.

この2提携による生産量ゲームのナッシュ均衡における提携 S の合計利潤を, S の提携値 $v(S)$ とする. このようにして定まる提携形ゲーム (N, v)

²この仮定により, 任意の提携 S に対して, その合計利潤 $\sum_{i \in S} q_i p_i$ が決定変数 $(q_i)_{i \in S}$ の関数として凹となることと, その提携 S が与えられたときに市場の各企業の均衡生産量が一意に定まることが保証される.

のコア (2.3 を参照) が非空であるとき, 全体提携は δ -安定であるという.

2.3. コア

提携形ゲーム (N, v) において, 利得ベクトル (x_1, \dots, x_n) で

$$\sum_{i \in N} x_i = v(N),$$

$$\sum_{i \in S} x_i \geq v(S) \text{ for all } S \subset N$$

を満たすものの全体を, (N, v) のコアと呼ぶ.

3. 結果

以下では, B と Γ をある正方ブロックとして, 次のような代替行列をもつ市場を考える.

$$\begin{pmatrix} B & \Gamma & \dots & \Gamma \\ \Gamma & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \Gamma \\ \Gamma & \dots & \Gamma & B \end{pmatrix}$$

m をブロック B (または Γ) の次数とし, $k = n/m$ とすると, この市場は, 互いに対称な k 個のグループ $\{1, \dots, m\}, \dots, \{n - m + 1, \dots, n\}$ からなっている.

このような市場に対して, ブロック Γ について次の 2 つのパターンを考える.

3.1. パターン 1

$\gamma \neq 0$ として, ブロック Γ が

$$\begin{pmatrix} \gamma & \gamma & \dots & \gamma \\ \gamma & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \gamma \\ \gamma & \dots & \gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

で与えられる場合を考える.

グループ数 k が 2 のとき全体提携が δ -安定となる場合があることは, すでに知られている. 実際 k が 2 のときは, [2] の Model 1-1 のうち 2 グループの企業数が等しい場合を含んでおり, グループの企業数が 2 以下なら全体提携が δ -安定となる場合があることがわかっている.

一方で, パターン 1 は [2] の Model 1-2 も含んでいる. 本研究で, Model 1-2 の結果が一般化されて, k が 3 以上ならブロック B によらず全体提携は δ -安定でないということがわかった.

3.2. パターン 2

$\gamma \neq 0$ として, ブロック Γ が

$$\begin{pmatrix} \gamma & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

で与えられる場合を考える.

グループ数 k が 2 のとき全体提携が δ -安定となる場合があることは既知である. 実際 k が 2 のときは, 1 でふれた [2] の Model 2: linear-wise market のうち企業数が偶数の場合を含んでいる³.

一方で本研究により, k が 3 以上かつ B^{-1} の 1 行目の合計が 0 でないなら全体提携は δ -安定でないということがわかった.

パターン 1 でも 2 でも, 結果を示す上でブロック B に課された仮定はきついものではない. グループの企業数に制限はなく, グループ内の代替構造はまったくの非対称でもかまわない.

4. 結論

代替構造に非対称性がある市場の中で, 互いに対称な複数のグループからなる拡張された市場モデルの 2 パターンを取り上げ, それらでは全体提携が δ -安定となるにはグループ数が 2 以下でなければならないということを示した. この結果は, グループを単位と見てもなお, 全体提携の安定のためには市場の代替構造は限られた対称性しかもってはないのだろうと推察させる.

参考文献

- [1] Salant, S.W., Switzer, S., Reynolds, R.J. (1983) "Losses from horizontal merger: the effects of an exogenous change in industry structure on cournot-nash equilibrium," *The Quarterly Journal of Economics*, 98, 185-199.
- [2] Takeda, K., Hosoe, T., Watanabe, T., Matsubayashi, N. (2018) "Stability Analysis of Horizontal Mergers in a Market with Asymmetric Substitutability," *Mathematical Social Sciences*, 96, 73-84.

³linear-wise market のうち企業数が偶数の場合は, 企業番号を適当に置換することで, 代替行列をパターン 2 の形にできる.