

比例型社会指標のスケール不揃い問題 (アブストラクト)

01991974 京都大学 *趙亮 ZHAO Liang

1. はじめに

一人当たりの国内総生産, 一人当たりの国民総所得, 一人当たりの CO2 排出量, 一人当たりの議席数 (またはその逆数に当たる議員一人当たりの有権者数) 等, 一人当たり型の社会指標は, 今日の社会の様々な場面で活躍している.

これら指標の特徴は, ある変数 y と別の変数 x の比例 $\frac{y}{x}$ で計算され, 相対的に比較されることにある. 例えば, 一人あたりの国民総生産 (総所得) で生産 (収入) レベルの高低が決定される. また, 選挙における一票の格差は, 地域間の一人当たりの議席数の倍数で定義されている ([1]).

本論文は, $\frac{y}{x}$ 型社会指標には一般にスケール不揃いの問題があることを論じる. 適切に設計するためには, 任意の x からスケールの揃う “標準的” な $y^* = f(x)$ を与える標準関数 f が必要と指摘する. そのうえ, $\frac{f^{-1}(y)}{x}$ や $\frac{y}{f(x)}$ など, 無次元量の比例型指標を提案する. 特例として, 式 $\frac{y}{x}$ は, $f(x) \propto x$ の場合, またその場合のみ適切である. 提案理論は, 相対的にも絶対的にも比較できる.

2. スケールと指標設計

スケールとは, x の変化に伴って y がどのように変化するかのことを言う. 例えば, 円の周長 x が k 倍になったら面積 y が k^2 になることが知られている. 科学研究において厳密にスケールが分からない場合, 平均や公理等を導入したりして近似的に標準スケールを定めることが多い ([2]).

BMI (肥満度指標) もその一例である. 人間の体重は, 身長だけで決められるものではないが, 統計的に相関が分かっているので, そこから標準体重の指標として $BMI = \frac{\text{体重}}{\text{身長}^2}$ (単位 kg/m^2) が提案され, 様々な場面に活躍している ([3]).

BMI の計算式は, 労働人口 (20 歳から 65 歳) の体重と身長データに対して回帰分析を行った結果, 体重がおおよそ身長の 2 乗に比例するからそのように定義されたのである. (線形スケールを仮定して) $\frac{\text{体重}}{\text{身長}}$ で定義することも可能だが, 実証されたスケールと大きく異なるので, 身長の異なる人を

比較するときには不適切である (つまり, 誤差が大きい). 同様に, 学童の場合は, $\frac{\text{体重}}{\text{身長}^3}$ のほうがスケールの適切とされている ([3]).

BMI の例は, 比例型社会指標の問題点を示す. 国内総生産がおおよそ人口に比例するなら, 一人当たりの国内総生産が適切だが, そうでなければ適切でない. 同じ論理は, 一人当たりの国民総所得・CO2 排出量・議席数 (または議員一人当たりの有権者数) など, すべての比例型指標に当てはまる. よって, 比例型指標の設計にはスケールを決めておく必要がある. $\frac{y}{x}$ は, 暗黙的に線形スケールを仮定しているが, 一般には理論分析や統計等からスケールを知る必要がある.

3. 常用社会指標におけるスケール

国内総生産の場合, 世界銀行 2019 年のデータ ([4], 単位: 米ドル) に対して回帰分析を行うと, 図 1 に示すように, (統計の意味で) 平均的に

$$\text{国内総生産} = 10^{4.5055} \times \text{人口}^{0.8930} \quad (1)$$

が得られる (p 値 $< 2.2e-16$, 調整 $R^2 \approx 0.66$). 線形スケールからかなり外れており, 一人当たりの国内総生産の指標を支持しない. 一人当たりの国内総生産を用いたすべての研究は, 人口によるバイアス (誤差) の影響を検証せねばならない.

同様なことは, 一人当たりの国民総所得・CO2 排出量にも確認でき, これら指標の適切でない可能性を示唆する. また, 議席数と人口のスケールは, 議席数 \propto 人口 $^\gamma$ (定数 $\gamma < 1$) がよく知られている ([5]) ので, 議席配分の比較に一人当たりの議席数 (または議員一人当たりの有権者数) を用いることは論理的に適切でないと考えられる ([6]).

4. スケール標準化による指標の設計

スケール標準化による指標の設計を示す. ある関数 f が存在し, 任意の x に対して $f(x)$ が “標準的” な $y^* = f(x)$ を与えると仮定する. 関数 f は, 統計や公理, または政策によって定めることができる. 定まったら, $\frac{f^{-1}(y)}{x}$ や $\frac{y}{f(x)}$ のような無

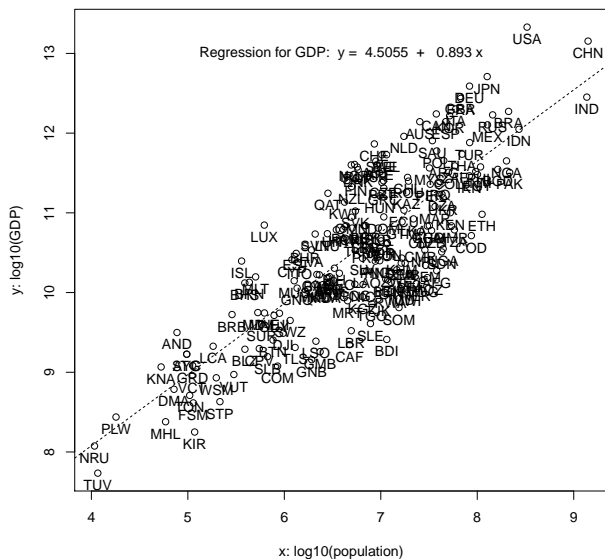


図 1: 2019 年世界 184 カ国の国内総生産と人口の関係 (両対数グラフ) . データ出典 : 世界銀行 [4] .

次元量の比例を指標としてよからう . いずれも , 1 に近いほど “標準的” と絶対的に評価できる .

例えば BMI の場合は , アメリカの検査結果 NHANES 2017-1028 に対して回帰分析を行うと , $f(y) = 28.84 \times x^{2.00}$ が得られる (20 歳から 65 歳まで) . ここで x は身長 (m) , y は体重 (kg) . また , p 値 $< 2.2e-16$, 調整 $R^2 \approx 0.20$. よって , $BMI' = \frac{y}{f(x)} = \frac{\text{体重}}{\text{標準体重}} = \frac{\text{体重}}{28.84 \times \text{身長}^2}$ を指標にするとよい . BMI と定数倍の違いしか違わないが , 1 に近いほど標準的という分かりやすさがある .

国内総生産の場合 , 式 (1) の結果を用いると , 式

$$\frac{f^{-1}(y)}{x} = \frac{\text{標準相当人口}}{(\text{実)人口}} = \frac{(\frac{\text{国内総生産}}{10^{4.5055}})^{\frac{1}{0.8930}}}{\text{人口}} \quad (2)$$

が , 世界平均に比べて一人当たりの (何人分相当の) 貢献を評価している (参考: 図 2) . 一票の価値などについても同様なことが言える ([6]) .

5. まとめ

本研究は , 比例型社会指標のスケール不揃い問題を指摘し , 一人当たりの国内総生産・国民総所得・CO₂・議席数などの比例型社会指標を用いたすべての研究が , 人口によるバイアスの影響を別途考えなければならないことを論じた . 解決方法として , 標準化による指標の設計を示した .

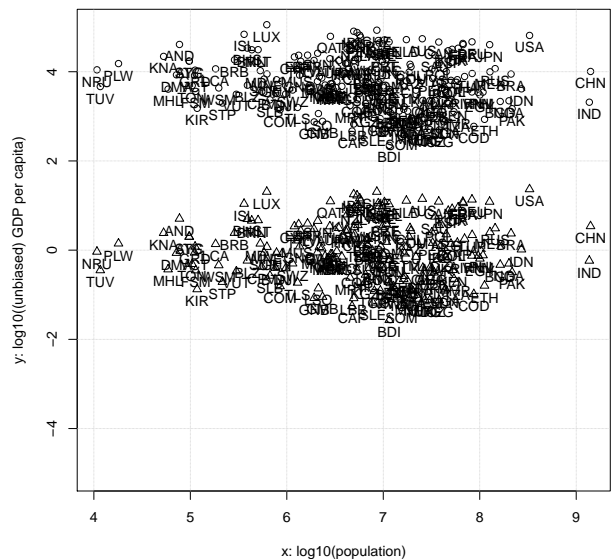


図 2: 2019 年世界 184 カ国の経済指標比較 (両対数グラフ) . 上: 一人当たりの国内総生産 , 下: 標準化した指標 (式 (2)) . 縦軸 = 0 は平均) . 順位の変化に留意されたい . データ出典 : 世界銀行 [4] .

謝辞 : 本研究は JSPS 科研費 18K11182 の助成を受けたものである .

参考文献

- [1] 朝日新聞 Digital : 迫られる一票の格差是正 , <https://www.asahi.com/topics/word/一票の格差.html> (Accessed: Dec 26, 2022)
- [2] Geoffrey West: Scale: The Universal Laws of Growth, Innovation, Sustainability, and the Pace of Life in Organisms, Cities, Economies, and Companies, Penguin Press (2017)
- [3] Wikipedia: Body Mass Index, https://en.wikipedia.org/wiki/Body_mass_index (Accessed: Dec 26, 2022)
- [4] The World Bank: <https://databank.worldbank.org/> (Accessed: July 23, 2022)
- [5] 趙亮、谷本明子、呂文若 : 最も好都合な議員定数 (第 6 章、pp. 99-122)、「選挙・投票・公共選択の数理」, 大山達雄編著, 共立出版 (2022)
- [6] L. Zhao, A. Tanimoto, and W. Lyu: Standardizing Representation for Equality with a Population Seat Index, arXiv.2212.14790.