

本邦株式市場のスタイル・ファクター間の依存構造に関する研究

非会員 筑波大学 *夷藤 翔 ITOU Kakeru
01605320 筑波大学 牧本直樹 MAKIMOTO Naoki

1. はじめに

リーマン・ショック時に資産の分散投資効果が機能しなかった教訓から、ファクター投資が普及した。その理由の一つに、ファクター間の相関が資産間よりも安定的に無相関であり、分散投資効果をより期待できることが挙げられる。一方、近年の研究では各ファクターのドローダウンが同時に発生する傾向が示されるなどといった課題が指摘されている。

このような課題の要因として、ファクター間の相関が短期的には変動し無相関から乖離していることや、分布の裾で依存構造が強まる特徴を有することが考えられる。株式のスタイル・ファクターの依存構造に関する実証分析は欧米市場が中心である。本稿ではダイナミック非対称 t コピュラを用いてファクターの依存構造の特徴やコピュラの違いがリスク・パリティ戦略のパフォーマンスに与える影響を明らかにする。

2. ダイナミック非対称 t コピュラ

本稿のベースとなるDemarta and McNeil (2005)の非対称 t コピュラ C^{St} は、相関行列を Σ 、自由度パラメータを ν 、歪度パラメータのベクトルを $\gamma' = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$ とすると、下記のとおりである。

$$C^{St}(\mathbf{u}_t; \Sigma, \nu, \gamma) = \int_{-\infty}^{\xi_{t,1}} \dots \int_{-\infty}^{\xi_{t,n}} st_n(\mathbf{x}_t; \Sigma, \nu, \gamma) dx_{t,1} \dots dx_{t,n}$$

$$\xi_{t,i} = ST_1^{-1}(u_{t,i}; \nu, \gamma_i), i = 1, \dots, n,$$

$$st_n(\mathbf{x}_t; \Sigma, \nu, \gamma) = \frac{2^{\frac{2-(\nu+n)}{2}} \Gamma_{\nu+n}(\eta(\mathbf{x}_t; \Sigma, \nu, \gamma)) \exp(\mathbf{x}_t' \Sigma^{-1} \mathbf{x}_t)}{2^{\frac{2-(\nu+n)}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) (\pi\nu)^{\frac{n}{2}} \sqrt{|\Sigma|} \eta(\mathbf{x}_t; \Sigma, \nu, \gamma)^{-\frac{\nu+n}{2}} \left(1 + \frac{\mathbf{x}_t' \Sigma^{-1} \mathbf{x}_t}{\nu}\right)^{\frac{\nu+n}{2}}}$$

$\eta(\mathbf{x}_t; \Sigma, \nu, \gamma) = \sqrt{(\nu + \mathbf{x}_t' \Sigma^{-1} \mathbf{x}_t) \gamma' \Sigma^{-1} \gamma}$.
 $\mathbf{u}_t = (u_{t,1}, \dots, u_{t,n})'$, $\xi_t = (\xi_{t,1}, \dots, \xi_{t,n})'$, $\Gamma(\cdot)$ は第3種の修正ベッセル関数, ST_n は n 変量一般化双曲非対称 t 分布の分布関数である。また, ST_1^{-1} は 1 変量一般化双曲非対称 t 分布に関する分布関数の逆関数である。ダイナミック非対称 t コピュラ¹ は上記の相関行列に Aielli (2013) の cDCC を適用する。

3. 実証分析

(1) 分析データ

実証分析データには代表的な6ファクターを採用した。観測期間は2002年1月から2021年12月である。

り、リターンデータを扱う。観測頻度は週次である。Shimizu and Shiohama (2019) にならい、MSCIのスタイルインデックスと時価総額指数であるMSCI Japanとのリターンの差分を分析対象とした。

表1 分析対象データ

ファクター	採用インデックス	平均	標準偏差	歪度	尖度
バリュー	MSCI Japan Value	0.0048	0.0384	0.143	4.47
サイズ	MSCI Japan Equal Weighted	0.0117	0.0338	0.075	4.47
高配当	MSCI Japan High Dividend Yield	0.0141	0.0653	0.066	5.27
クオリティ	MSCI Japan Quality	0.0040	0.0685	0.135	8.48
低ボラティリティ	MSCI Japan Minimum Volatility	-0.0056	0.0724	-0.051	4.80
モメンタム	MSCI Japan Momentum	-0.0028	0.0895	-0.431	8.42

(2) コピュラの推定結果

推定はIFM法を適用しており周辺モデルは時系列モデル (AR-GARCH) を適用したが推定結果は割愛する。表2にコピュラの推定結果から、AIC規準では非対称 t コピュラが選択される。また自由度は7.393, 歪度は-0.115でありパラメータの有意性が認められる。このことから、分布の裾での依存構造を有し、特に下落する際に依存構造が相対的に高まるといった非対称性があると示唆される。

表2 コピュラの推定結果

	AIC	自由度 ν	歪度 γ
非対称 t コピュラ	-2,898.9	7.393 (0.005)	-0.115 (0.001)
t コピュラ	-2,893.3	7.457 (0.075)	-
正規コピュラ	-2,636.8	-	-

※括弧内は標準偏差。重要なパラメータのみ表示。

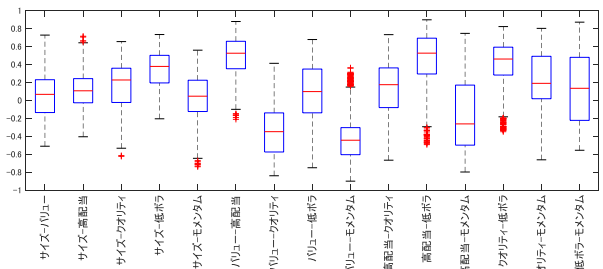


図1 ファクター間の相関の分布

次に、非対称 t コピュラの週次の相関の箱ひげ図を図1に示した。全てのペアで相関がプラスとマイナスの領域を跨いで変動していることが分かる。相関の変動幅は大きいペアでは-0.8から0.7程度であることも読み取れる。したがって、ファクタ

¹ 本稿では他のコピュラも含めダイナミックコピュラのみを扱うため、以降「ダイナミック」は省略し非対称 t コピュラとする。

一間の相関は安定的に無相関ではなく時系列に変動していることが示唆される。

(3) テイルリスク・パリティ²に関する実証分析

以下では、非対称tコピュラと正規コピュラで各々テイルリスク・パリティ・ポートフォリオを構築した結果を比較する。コピュラと周辺モデルを直近3年分のデータから推定し、1期先の6ファクターのリターンサンプルを100万個生成しテイルリスク・パリティを適用する。バックテスト期間は2005年から1月から2021年12月である。

表3にはバックテスト結果を示した。ここでは、ポートフォリオの分散をリスク尺度としたリスク・パリティ³の結果も併記した。なおリスク・パリティの投資比率は正規コピュラを用いて求めた。

表3 コピュラ毎のパフォーマンス比較

		テイルリスク・パリティ		リスク・パリティ
		非対称tコピュラ	正規コピュラ	
リターン	a	0.005	0.004	0.004
下方偏差	b	0.022	0.022	0.022
最大ドローダウン	c	0.077	0.085	0.090
ソルティノレシオ	a/b	0.219	0.182	0.181
カルマーレシオ	a/c	0.064	0.048	0.045

表3から、最大ドローダウンや下方偏差が最も小さいのは非対称tコピュラのテイルリスク・パリティであることが分かる。その結果、ソルティノレシオやカルマーレシオは上記が最も高い。

本稿の背景やテイルリスク・パリティの戦略に鑑みると、テイルリスクが顕在化した際の各ファクターの内訳に偏りが無いことが望ましい。そこで表4には、表3の最大ドローダウンに対する各ファクターの内訳を示した。

表4 最大ドローダウンに対するファクターの内訳

	テイルリスク・パリティ		リスク・パリティ
	非対称tコピュラ	正規コピュラ	
バリュー	0.053	0.056	0.057
サイズ	0.014	0.015	0.015
高配当	0.020	0.022	0.022
クオリティ	-0.014	-0.012	-0.012
低ボラティリティ	0.012	0.012	0.016
モメンタム	-0.008	-0.008	-0.008

表4からは、全てのポートフォリオについてバリューの内訳が最も大きく、高配当の寄与度が2番目に大きいことが分かる。一方、ポートフォリオ間の比較では非対称tコピュラのテイルリスク・パリティの内訳が最も小さいことが読み取れる。以上を踏まえると、テイルリスク・パリティの活用したファクター投資により、リスク・パリティに比べて最大ドローダウン、ダウンサイド対比の投

資効率性が改善すると示唆される。また、分布の裾での依存構造の影響を考慮しテイルリスク・パリティを構築することで、テイルリスク顕在化時の各ファクターの偏りを緩和し、パフォーマンスの改善に繋がることが示唆される。

コピュラの違いによって、テイルリスク・パリティの投資パフォーマンスだけではなく、ポートフォリオのCVaRにも乖離が生じる可能性がある⁴。そこで図2には、非対称tコピュラを用いたテイルリスク・パリティについて同コピュラで推定したCVaRを分子、正規コピュラの場合のCVaRを分母とした比率の時系列推移を示した。

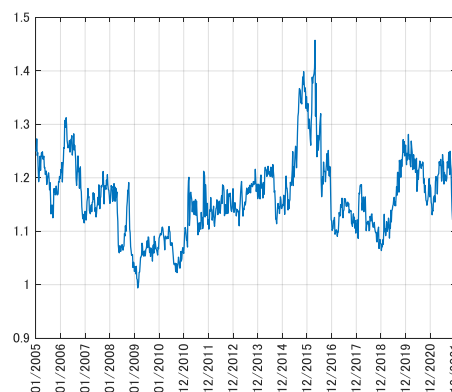


図2 コピュラ間のテイルリスク・パリティのCVaR比較

図2からは、CVaR比率は大宗の期間において1.1以上、高い時期には1.4程度であることが読み取れる。したがって、正規コピュラによりテイルリスク・パリティを適用した場合、ポートフォリオのCVaRは非対称tコピュラに比べて小さく評価してしまうと示唆される。

謝辞

本研究はJSPS科研費JP19K04899の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Christoffersen, P., and Langlois, H. (2013), "The Joint Dynamics of Equity Market Factors," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 48(5), 1371-1404.
- [2] Shimizu, H., and Shiohama, T. (2019), "Multifactor Portfolio Construction by Factor Risk Parity Strategies: An Empirical Comparison of Global Stock Markets," *Asia-Pacific Financial Markets*, 26(4), 453-477.
- [3] Arnott, R. D., Harvey, C. R., Kalesnik, V., and Linnainmaa, J. T. (2019), "Alice's Adventures in Factorland: Three Blunders That Plague Factor Investing," *Journal of Portfolio Management*, 45(4), 18-36.

² ポートフォリオのCVaRへの各資産（本稿ではファクター）の寄与を等しくするよう投資比率を決定する戦略。

³ ファクター投資には、リスク・パリティを活用する機会が多い。本稿では研究背景に鑑み、ドローダウンの抑制が期待できるテイルリスク・パリティを採用し両戦略の結果も併せて比較した。

⁴ 実務では、テイルリスク・パリティ適用後のポートフォリオのCVaRが投資制約等を満たせない場合、ポジションを一部キャッシュに置き換える等の対応が執られることが多い。したがって、コピュラの違いによるCVaRの乖離度合を考察する意義は高い。