

加重総和比法としての AHP と評価基準の尺度調整比

01014803 公立諏訪東京理科大学 飯田 洋市 IIDA Yoichi

1. はじめに

AHP (階層分析法) は 1970 年代に T.L.Saaty により創始された、直観や経験を数値として取り込むことができる意思決定手法である ([8])。本研究の目的は、すでに社会で広く受け入れられている手法である加重総和 WS (あるいは加重総和法 WSM) の文脈で AHP を解釈し直すことである。このような研究により、AHP の社会での受容性を高めることができる。

ところで、この問題を追及していくと、AHP の枠組みに収まらなくなる。このため、本研究で取り上げる手法は、加重総和と AHP の間に「加重総和比法」として位置付けている。加重総和比法は、絶対評価値による加重総和の一般化という視点から、絶対評価値を復元できる仕組みをもつ相対評価手法である。より具体的には、相対評価で得られる数値から、絶対評価値を復元する視点に立っている。これにより、意思決定あるいは評価を行う際に、加重総和や加重総和比法でなく、あえて AHP を利用する理由が明確になる。AHP の活用場面については、しばしば問題視されることがある ([9])。本研究は、AHP の活用方法と活用場面に関する研究ともいえる (cf. [7])。

2. AHP と加重総和比法

本稿では、以下のような、3 つの評価基準と 3 つの代替案からなる階層を扱う (図 1)。本研究では AHP でいうところの総合化に関するものであり、このような階層に限定しても一般性を失わない。

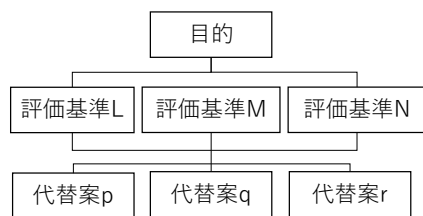


図 1 階層

ところで、AHP の特徴として、一対比較により、直観的評価を感覚的な言葉で表現し、それらを 1 から 9 の整数 (及びその逆数) に変換するところに特徴がある。これは Saaty 尺度と呼ばれる。ここでは、表 2 と表 3 が得られたとする。

表 2 目的に関する評価基準の重要度

	評価基準 L	評価基準 M	評価基準 N
目的	b_1	b_2	b_3

表 3 各評価基準に関する代替案の重要度

	評価基準 L	評価基準 M	評価基準 N
代替案 p	a_{11}	a_{12}	a_{13}
代替案 q	a_{21}	a_{22}	a_{23}
代替案 r	a_{31}	a_{32}	a_{33}

最後に、各代替案の総合評価値を以下より求める：

$$\begin{pmatrix} \text{p の総合評価値} \\ \text{q の総合評価値} \\ \text{r の総合評価値} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

AHP では一対比較により得られる重要度の総和を 1 に調整する規定 (正規化) により、最後の相対評価値の合計も 1 になる。よって、途中で相対評価を扱っているが、最終的な総合評価値は一意に定まる。

ところで、各代替案に関する総合評価値の計算では、評価基準 L、M、N に関する重要度に関する、各評価基準の重みによる加重総和であることがわかる。また、各評価基準に関する重要度は相対評価により算出される。したがって、AHP は相対評価の加重総和を計算していることになる。本研究では、相対評価による加重総和を、加重総和と区別し、加重総和比と呼んでいる。

3. 加重総和と加重総和比法

数学、国語、英語に関する試験による総合評価を利用して、加重総和比の問題の所在を説明する。まず、数学、国語、英語の試験をそれぞれ評価基準 L、M、N とする。試験は 100 点満点で実施されるとする。また、評価される受験者は 3 名とし、それぞれ p さん、q さん、r さんとする。そして、これら 3 名から成績が一番良い 1 名を合格者とするのを考える。

さて、試験により表 4 を得たとする。加重総和を計算するための重み (評価基準の重要度) を表 5 とする。この例では、各評価基準は同等に扱われていることがわかる。よって、今回の加重総和は算術平均である。このような評価方法は、一般に社会に受容されて

いる。社会科学における手法として重要な点である。

表 4 各評価基準に関する受験者の得点(100 点満点)

	数学	国語	英語
p さん	80	70	60
q さん	60	70	80
r さん	70	90	90

表 5 評価基準の重要度

	数学	国語	英語
採用	1/3	1/3	1/3

ここで、表 4 を相対評価値に変換し、加重総和を計算することを考える。正規化により表 6 を得る（あくまでも一意性を重要視している）。たとえば、数学に関して「p の得点 : q の得点 : r の得点 = 80 : 60 : 70 = 0.381 : 0.286 : 0.333」と変形することで、AHP の一対比較の枠組みの中で相対評価値が得られる。

表 6 各評価基準に関する正規化された得点表

	数学	国語	英語
p さん	0.381	0.304	0.261
q さん	0.286	0.304	0.348
r さん	0.333	0.391	0.391

ところで、表 6 と表 5 による加重総和と、表 4 と表 5 によるそれとは一般に（評価値の比率という意味を含めて）値が異なる。これは正規化の問題と呼ばれる。そこで、同じ型からなる行列の集合に対して、スカラー倍の違いを除いて各成分が等しくなるとき、2 つの行列は関係があるとする同値類を定義した。そして、項目に関する相対評価行列が属する同値類を推定するために相対評価を行うとした。このとき、新たに評価基準間に関する相対評価値が必要になる。このための一つの手段として WSRM を提案した。紙面の都合で詳細は割愛する（[1-6]を参照のこと）。

4. 尺度調整係数による評価基準の標準化

前節の議論を深めていくと、加重総和との関係を担保するためには、AHP の枠組みから離れて、評価基準間の相対評価値が必要になる。たとえば、数学の得点が 10 点満点でも、AHP では「p の得点 : q の得点 : r の得点 = 8 点 : 6 点 : 7 点 = 0.381 : 0.286 : 0.333」となる。得られる比率は同じでも、元々の評価尺度（満点）で復元方法が異なる。そこで、評価基

準の「尺度調整係数」（表 7）を提案した（[4]）。表 7 には絶対評価値（満点）をあえて記載した。この比率を Saaty 尺度で推定するのは困難であり、かつ、そもそもこれらと同じ比率とするのが AHP といえる。

表 7 評価基準の尺度調整係数

	数学	国語	英語
満点	10	100	100

5. おわりに

本稿では AHP が扱わない概念や数値について紹介した。AHP は手法が簡単であり魅力がある。それだけに、AHP の活用場面を限定していく必要がある。

参考文献

- [1] 飯田洋市(2012), 代替案間の評価比を復元できる AHP の枠組み, 信州大学人文社会科学研究所, 第 6 号, 62-77.
- [2] Iida, Y.(2012), *A New Way to Make Decisions with Paired Comparisons*, Intelligent Decision Technologies -Proceedings of the 4th International Conference on Intelligent Decision Technologies (IDT' 2012), Vol. 1, Springer-Verlag, 55-66.
- [3] 飯田洋市(2012), AHP のアナロジーとしての加重総和比法の枠組み, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2011 年秋季研究発表会アブストラクト集, 260-261.
- [4] 飯田洋市(2012), 代替案間の評価比を復元できる AHP の枠組み, 評価の OR 研究部会報告, 政策研究大学院大学, 38.
- [5] 飯田洋市(2013), 代替案間の評価比を復元できる AHP の枠組み, II, 信州大学人文社会科学研究所, 第 7 号, 40-54.
- [6] Iida, Y.(2014), Relationship between the Analytic Hierarchy Process and Weighted Summation, Proceedings of ISAHP, 5 pages.
- [7] 飯田洋市(2016), 意思決定法 AHP における一対比較の簡便法, 信州大学人文社会科学研究所, 第 10 号, 68-78.
- [8] Saaty, T.L.(2010), *Principia Mathematica Decernendi*, Pittsburgh, RWS Publications.
- [9] Munier, N, Hontoria, E.(2022), *Uses and Limitations of the AHP Method: A Non-Mathematical and Rational Analysis*, Springer.